Phương pháp tích phân phiếm hàm trong lý thuyết lượng tử về plasmon

Nguyễn Văn Hiệu[1], Nguyễn Bích Hà[1], Nguyễn Văn Hợp[2]

[1]Viện Khoa học vật liệu, Viện Hàn lâm KH&CN Việt Nam
[2]Khoa Vật lý, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội

Trong bài báo này lý thuyết lượng tử về plasmon đã được xây dựng trên cơ sở những nguyên lý và định luật cơ bản của vật lý học lượng tử được áp dụng vào trường hợp khí điện tử linh hoạt trong kim loại và bằng phương pháp tích phân phiếm hàm. Nhờ sử dụng biến đổi Hubbard-Stratonovich nổi tiếng, từ phiếm hàm sinh của hệ khí điện tử suy ra phiếm hàm sinh của một trường vô hướng mà các toán tử hủy hạt và sinh hạt của trường này chính là toán tử hủy và sinh plasmon. Trong trường hợp khí điện tử linh hoạt trong kim loại đồng chất có kích thước không giới hạn và ở nhiệt độ T = 0 Lagrangian của trường lượng tử vô hướng diễn tả các plasmon có dạng giống như Lagrangian của trường lượng tử vô hướng tương đối tính thỏa mãn phương trình Klein-Gordon. Phương pháp lập luận và tính toán có thể được mở rộng ra cho các hệ điện tử linh hoạt trong các cấu trúc kim loại kích thước nano.

***Từ khóa:* khí điện tử, kích thích tập thể, phiếm hàm sinh, phiếm hàm tác dụng, plasmon.**

Chỉ số phân loại 1.3

FUNCTIONAL INTEGRAL METHOD IN QUANTUM THEORY OF PLASMON

Summary

In the present work the quantum theory of plasmon was established on the basis of the fundamental principles of quantum physics applied to the electron gas in metal and with the use of the functional integral method. By means of the celebrated Hubbard-Stratonovich transformation, from the generating functional of the electron gas it follows that of a scalar field whose destruction and creation operators are those of plasmons. In the case of the electron gas in a homogeneous unbounded metal at zero absolute temperature T = 0, the Lagrangian of the scalar field describing the plasmon has the same form as that of the relativistic Klein-Gordon scalar field. The presented reasonnings and calculations can be extended to study electron gas in nanostructures.

***Keywords:* action functional, collective excitations, electron gas, generating functional, plasmon.**

Classification number 1.3

Mở đầu

Hiện tượng cộng hưởng trong sự kích thích tập thể của khí điện tử (cộng hưởng plasma) đã được xem như có nguồn gốc là sự tồn tại của một loại chuẩn hạt gọi là plasmon. Nhiều loại quá trình tương tác của plasmon đã được nghiên cứu trong những năm gần đây: tương tác của plasmon với exciton [1-13], của chấm lượng tử với plasmon [14-16], huỳnh quang tăng trưởng nhờ plasmon [17-23]... Tuy nhiên, cho đến nay lý thuyết về plasmon vẫn mang tính chất hiện tượng luận: thừa nhận sự tồn tại của các toán tử sinh và hủy plasmon cũng như biểu thức của Hamiltonian tương tác giữa plasmon với các chuẩn hạt khác.

Trong bài báo này, chúng tôi đề xuất thiết lập lý thuyết lượng tử về plasmon trên cơ sở các nguyên lý, định luật cơ bản nhất về hệ điện tử linh động trong chất rắn, ngoài thế năng của điện tử trong mạng tinh thể còn kể đến tương tác Coulomb giữa các điện tử. Để đạt mục tiêu đó, chúng tôi áp dụng phương pháp tích phân phiếm hàm [24-26].

Phiếm hàm sinh và hàm Green của điện tử

Không làm mất tính chất tổng quát của các

lập luận trong bài này, để cho các ký hiệu được đơn giản ta hãy bỏ qua chỉ số spin trong hàm sóng của điện tử và coi điện tử là các fermion không có spin. Hàm sóng của điện tử và đại lượng liên hợp với hàm sóng đó được ký hiệu là $\psi(\boldsymbol{x},t)$ và $\bar{\psi}(\boldsymbol{x},t)$. Các đại lượng này phản giao hoán với nhau (đại lượng biến thiên Grassmann). Để viết gọn các công thức, thay cho cặp tọa độ không gian $\boldsymbol{x}$ và thời gian t ta sử dụng tọa độ không thời gian $x=(\boldsymbol{x},x_0)=(\boldsymbol{x},t)$ và viết:

$$\psi(x)=\psi(\boldsymbol{x},x_0)=\psi(\boldsymbol{x},t),\ \bar{\psi}(x)=\bar{\psi}(\boldsymbol{x},x_0)=\bar{\psi}(\boldsymbol{x},t),$$

$$\int dx=\int d\boldsymbol{x}\int dx_0=\int d\boldsymbol{x}\int dt.$$

Trong trường thế năng $U(\boldsymbol{x})$ của mạng tinh thể Hamiltonian của điện tử có dạng

$$H\left(-i\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{x}},\boldsymbol{x}\right)=\frac{1}{2m}\left(-i\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{x}}\right)^2+U(\boldsymbol{x}), \tag{1}$$

trong đó m là khối lượng hiệu dụng của điện tử (ta dùng hệ đơn vị với $\hbar=\mathrm{c}=1$). Ký hiệu thế năng tương tác Coulomb giữa hai điện tử là $V(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})$ và đặt

$$V(x-y)=V(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})\delta(x_0-y_0). \tag{2}$$

Tất cả các phương trình động lực của hệ điện tử đều được suy ra từ nguyên lý tác dụng cực trị với phiếm hàm có biểu thức sau đây:

$$I[\psi,\bar{\psi}]=I_0[\psi,\bar{\psi}]+\frac{1}{2}\int dx\int dy\,\bar{\psi}(x)\psi(x)V(x-y)\bar{\psi}(y)\psi(y), \tag{3}$$

trong đó

$$I_0[\psi,\bar{\psi}]=\frac{1}{2}\int dx\,\bar{\psi}(x)\left[i\frac{\partial}{\partial x_0}-H\left(-i\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{x}},\boldsymbol{x}\right)\right]\psi(x) \tag{4}$$

là phiếm hàm tác dụng của hệ các điện tử khi bỏ qua tương tác Coulomb giữa các điện tử. Trong phương pháp tích phân hiếm hàm tương ứng với hàm sóng $\psi(x)$ và hàm sóng liên hợp $\bar{\psi}(x)$ của điện tử ta đưa thêm hai đại lượng biến thiên Grassmann nữa $\eta(x)$ và $\bar{\eta}(x)$ vừa phản giao hoán với nhau, vừa phản giao hoán với $\psi(x)$ và $\bar{\psi}(x)$, và sử dụng công cụ toán học mới là các phiếm hàm sinh có các biểu thức sau đây:

$$Z^{\psi}[\eta,\bar{\eta}]=\int[D\psi][D\bar{\psi}]\exp\left\{i\int dx\left[\bar{\psi}(x)\eta(x)+\bar{\eta}(x)\psi(x)\right]\right\}\exp\left\{i\,I[\bar{\psi},\psi]\right\}, \tag{5}$$

$$Z_0^{\psi}[\eta,\bar{\eta}]=\int[D\psi][D\bar{\psi}]\exp\left\{i\int dx\left[\bar{\psi}(x)\eta(x)+\bar{\eta}(x)\psi(x)\right]\right\}\exp\left\{i\,I_0[\bar{\psi},\psi]\right\}, \tag{6}$$

trong đó

$$\int[D\psi]\int[D\bar{\psi}]$$

ký hiệu phép lấy tích phân phiếm hàm, và đặt

$$Z^{\psi}=Z^{\psi}[0,0],\ Z_0^{\psi}=Z_0^{\psi}[0,0]. \tag{7}$$

Sử dụng tích phân phiếm hàm, ta có thể tính giá trị trung bình của tích các hàm sóng và hàm sóng liên hợp tại các điểm khác nhau lấy theo tất cả các trạng thái khả dĩ của hệ hạt. Ví dụ như giá trị trung bình

của tích $\psi(x)\bar{\psi}(y)$ được tính theo biểu thức sau đây trong trường hợp bỏ qua tương tác Coulomb giữa các điện tử:

$$G(x,y)=\langle\psi(x)\bar{\psi}(y)\rangle=\frac{1}{Z_0^{\psi}}\int[D\psi][D\bar{\psi}]\psi(x)\bar{\psi}(y)$$
$$\exp\left\{i\int dz\bar{\psi}(z)\left[i\frac{\partial}{\partial z}-H\left(-i\frac{\partial}{\partial z},z\right)\right]\psi(z)\right\}. \quad (8)$$

$G(x,y)$ được gọi là hàm Green của khí điện tử khi bỏ qua tương tác Coulomb giữa các điện tử, đôi khi còn được gọi là hàm Green của điện tử tự do trong mạng tinh thể.

Hãy ký hiệu $\{u_\alpha(\boldsymbol{x})\}$ là hệ đủ các hàm riêng trực giao chuẩn hóa của Hamiltonian (1) tương ứng với các trị riêng E_α:

$$Hu_\alpha(\boldsymbol{x})=E_\alpha u_\alpha(\boldsymbol{x}), \quad 9)$$

và $S(x,y)=S(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y};x_0-y_0)$ là lời giải của phương trình

$$\left[i\frac{\partial}{\partial x_0}-H\left(-i\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}},\boldsymbol{x}\right)\right]S(x,y)=\delta(x-y)=\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})\delta(x_0-y_0). \quad (10)$$

S(x, y) có dạng tổng quát sau đây:

$$S(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y};x_0-y_0)=\frac{1}{2\pi}\int d\omega e^{-i\omega(x_0-y_0)}\sum_\alpha\frac{u_\alpha(\boldsymbol{x})u_\alpha(\boldsymbol{y})^*}{\omega-E_\alpha+i0}+i\sum_\alpha C_\alpha e^{-iE_\alpha(x_0-y_0)}u_\alpha(\boldsymbol{x})u_\alpha(\boldsymbol{y})^*$$
$$=\frac{1}{2\pi}\int d\omega e^{-i\omega(x_0-y_0)}\sum_\alpha u_\alpha(\boldsymbol{x})u_\alpha(\boldsymbol{y})^*\left[\frac{1-C_\alpha}{\omega-E_\alpha+i0}+\frac{C_\alpha}{\omega-E_\alpha-i0}\right]. \quad (11)$$

Xét giới hạn $\varepsilon\to+0$ của giá trị trung bình của tích $\bar{\psi}(\boldsymbol{x},t+\varepsilon)\psi(\boldsymbol{x},t)$. Đó là mật độ số hạt $n(\boldsymbol{x})$:

$$n(\boldsymbol{x})=\lim_{\varepsilon\to+0}\langle\bar{\psi}(\boldsymbol{x},t+\varepsilon)\psi(\boldsymbol{x},t)\rangle=-iS(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x};-\varepsilon). \quad (12)$$

Từ biểu thức (11) của $S(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y};-\varepsilon)$ suy ra rằng:

$$n(\boldsymbol{x})=\sum_\alpha C_\alpha|u_\alpha(\boldsymbol{x})|^2. \quad (13)$$

Vậy C_α chính là số điện tử n_α trong trạng thái có hàm sóng $u_\alpha(\boldsymbol{x})$: $C_\alpha=n_\alpha$.

Phiếm hàm tác dụng và phương trình động lực của plasmon

Từ biểu thức của phiếm hàm sinh Z^{ψ} của hệ điện tử có tương tác Coulomb với nhau, chúng ta sẽ thiết lập phiếm hàm tác dụng của trường plasmon vô hướng, từ đó suy ra các phương trình động lực của trường vô hướng này. Theo các công thức (5) và (7) ta có

$$Z^{\psi}=\int[D\psi][D\bar{\psi}]\exp\left\{i\int dx\bar{\psi}(x)\left[i\frac{\partial}{\partial x_0}-H\left(-i\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}},\boldsymbol{x}\right)\right]\psi(x)\right\}$$
$$\exp\left\{-\frac{i}{2}\int dx\int dy\bar{\psi}(x)\psi(x)V(x-y)\bar{\psi}(y)\psi(y)\right\}. \quad (14)$$

Trong vế phải công thức (14) có chứa một biểu thức cấp hai đối với toán tử mật độ xác suất $\bar{\psi}(x)\psi(x)$ của điện tử. Để tuyến tính hóa vế phải công thức (14) theo $\bar{\psi}(x)\psi(x)$ ta đưa ra thêm một trường vô hướng $\varphi(x)$ đóng vai trò tham số trật tự của các dao động tập thể và sử dụng tích phân phiếm hàm theo $\varphi(x)$ sau đây:

$$Z_0^{\varphi} = \int [D\varphi] \exp\left\{ \frac{i}{2} \int dx \int dy\, \varphi(x) V(x-y) \varphi(y) \right\}. \tag{15}$$

Thực hiện phép xê dịch

$$\varphi(x) \to \varphi(x) - \bar{\psi}(x)\psi(x)$$

ta có thể viết lại Z_0^{φ} dưới dạng

$$\begin{aligned} Z_0^{\varphi} = \int [D\varphi] & \exp\left\{ \frac{i}{2} \int dx \int dy\, \varphi(x) V(x-y) \varphi(y) \right\} \\ & \exp\left\{ -i \int dx \int dy\, \bar{\psi}(x)\psi(x) V(x-y) \varphi(y) \right\} \\ & \exp\left\{ \frac{i}{2} \int dx \int dy\, \bar{\psi}(x)\psi(x) V(x-y) \bar{\psi}(y)\psi(y) \right\}. \end{aligned} \tag{16}$$

Từ đó suy ra phép biến đổi Hubbard-Stratonovich nổi tiếng [27, 28]:

$$\begin{aligned} & \exp\left\{ -\frac{i}{2} \int dx \int dy\, \bar{\psi}(x)\psi(x) V(x-y) \bar{\psi}(y)\psi(y) \right\} = \\ & = \frac{1}{Z_0^{\varphi}} \int [D\varphi] \exp\left\{ \frac{i}{2} \int dx \int dy\, \varphi(x) V(x-y) \varphi(y) \right\} \\ & \exp\left\{ -i \int dx \int dy\, \bar{\psi}(x)\psi(x) V(x-y) \varphi(y) \right\}. \end{aligned} \tag{17}$$

Phối hợp hai công thức (14) và (17), ta biến đổi phiếm hàm sinh Z^{ψ} về dạng

$$\begin{aligned} Z^{\psi} = \frac{1}{Z_0^{\varphi}} & \int [D\varphi] \exp\left\{ \frac{i}{2} \int dx \int dy\, \varphi(x) V(x-y) \varphi(y) \right\} \\ & \int [D\psi][D\bar{\psi}] \exp\left\{ -i \int dx \int dy\, \bar{\psi}(x)\psi(x) V(x-y) \varphi(y) \right\} \\ & \exp\left\{ \mathrm{i} \int \mathrm{d}x\, \bar{\psi}(x) \left[i \frac{\partial}{\partial x_0} - H\left(-i \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}}, \boldsymbol{x} \right) \right] \psi(x) \right\}. \end{aligned} \tag{18}$$

Thực hiện phép lấy tích phân phiếm hàm theo $\psi(x)$ và $\bar{\psi}(x)$ trong vế phải công thức (18), ta thu được:

$$Z = \frac{Z_0^{\psi}}{Z_0^{\varphi}} \int [D\varphi] \exp\left\{ \frac{i}{2} \int dx \int dy\, \varphi(x) V(x-y) \varphi(y) \right\} \exp\left\{ i \sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{W}^{(n)}[\varphi] \right\}, \tag{19}$$

trong đó

$$\mathrm{W}^{(1)}[\varphi] = -\int dx \int dy\, n(\boldsymbol{x}) V(x-y) \varphi(y), \tag{20}$$

$$\mathrm{W}^{(2)}[\varphi] = \frac{i}{2} \int dx \int dx' \int dy \int dy'\, S(x,y) S(y,x) V(x-x') V(y-y') \varphi(x') \varphi(y'), \tag{21}$$

$$W^{(3)}[\varphi]=\frac{i}{3}\int dx\int dx'\int dy\int dy'\int dz\int dz' S(x,y)S(y,z)S(z,x) \\ V(x-x')V(y-y')V(z-z')\varphi(x')\varphi(y')\varphi(z'), \tag{22}$$

… Ta viết lại phiếm hàm sinh Z^{ψ} dưới dạng

$$Z^{\psi}=\frac{Z_0^{\psi}}{Z_0^{\varphi}}\int[D\varphi]\exp\{iI(\varphi)\}, \tag{23}$$

và thu được biểu thức sau đây của phiếm hàm tác dụng của trường plasmon $\varphi(x)$:

$$I[\varphi]=\frac{1}{2}\int dx\int dy\varphi(x)V(x-y)\varphi(y)-\int dx\int dy\, n(\boldsymbol{x})V(x-y)\varphi(y) \\ +\frac{i}{2}\int dx\int dy\int dx'\int dy' S(x',y')S(y',x')V(x'-x)V(y'-y)\varphi(x)\varphi(y) \\ +\frac{i}{3}\int dx\int dy\int dz\int dx'\int dy'\int dz' S(x',y')S(y',z')S(z',x') \\ V(x'-x)V(y'-y)V(z'-z)\varphi(x)\varphi(y)\varphi(z)+\ \ldots\ldots \tag{24}$$

Trong phép gần đúng cấp hai đối với trường vô hướng $\varphi(x)$ phiếm hàm tác dụng có dạng:

$$I_0[\varphi]=-\int dx\, u(x)\varphi(x)+\frac{1}{2}\int dx\int dy\ \varphi(x)A(x,y)\varphi(y), \tag{25}$$

trong đó

$$u(x)=\int dy\ V(x-y)n(\boldsymbol{y}) \tag{26}$$

và

$$A(x,y)=V(x-y)+i\int dx'\int dy'\ S(x',y')S(y',x')V(x'-x)V(y'-y). \tag{27}$$

Từ nguyên lý tác dụng cực trị

$$\frac{\delta I_0[\varphi]}{\delta\varphi(x)}=0 \tag{28}$$

ta suy ra phương trình động lực của trường vô hướng $\varphi_0(x)$ tương ứng với tác dụng cực trị

$$\int dy\ A(x,y)\varphi_0(y)=u(x). \tag{29}$$

Phương trình tích phân này có lời giải sau đây:

$$\varphi_0(y)=\int dx\ A^{-1}(y,x)u(x), \tag{30}$$

trong đó $A^{-1}(y,x)$ là nhân của toán tử tích phân nghịch đảo đối với toán tử tích phân có nhân là *A(x, y)*:

$$\int dz\ A(x,z)A^{-1}(z,y)=\int dz\ A^{-1}(x,z)A(z,y)=\delta(x-y) \tag{31}$$

Tại trường cực trị $\varphi_0(x)$ phiếm hàm tác dụng bằng

$$I_0[\varphi] = -\frac{1}{2}\int dx \int dy\ \varphi_0(x) A(x,y) \varphi_0(y). \quad (32)$$

Thăng giáng của trường $\varphi(x)$ quanh trường cực trị $\varphi_0(x)$ được diễn đạt bởi hàm

$$\zeta(x) = \varphi(x) - \varphi_0(x). \quad (33)$$

Phiếm hàm tác dụng được biểu diễn theo $\zeta(x)$ như sau:

$$I_0[\varphi + \zeta] = I_0[\varphi] + \frac{1}{2}\int dx \int dy\ \zeta(x) A(x,y) \zeta(y).$$

Phương trình động lực của trường $\zeta(x)$ là

$$\int dy\ A(x,y)\zeta(y) = 0. \quad (34)$$

Trong các bài [29, 30], các tác giả đã chứng minh rằng trong trường hợp khí điện tử linh hoạt trong kim loại đồng chất kích thước không giới hạn theo cả ba chiều từ phương trình động lực (34) suy ra công thức tán sắc của tần số $\omega(k)$ của plasmon với vectơ sóng có giá trị bằng *k* ở nhiệt độ $T = 0$:

$$\omega(k)^2 = \omega_{pl}^2 + \frac{3}{5}\frac{k_F^2}{m^2}k^2, \quad (35)$$

trong đó k_F là giá trị của vectơ sóng của điện tử trên mặt Fermi, nếu $k^2 << m^2$ và $k^2 << k_F^2$. Các số hạng cấp cao hơn 2 trong biểu thức (24) của tích phân tác dụng diễn tả tương tác plasmon-plasmon.

Trường plasmon lượng tử

Xuất phát từ trường vô hướng $\zeta(x)$ bây giờ chúng ta sẽ tìm ra một trường vô hướng mới $\sigma(x) = \sigma(\boldsymbol{x}, t)$ mà các toán tử sinh hạt và hủy hạt của trường mới này là các toán tử sinh và hủy plasmon với tần số $\omega(k)$ xác định bởi công thức (35) được viết lại như sau:

$$\omega(k)^2 = \omega_{pl}^2 + \gamma^2 k^2, \quad (36)$$

trong đó

$$\gamma^2 = \frac{3}{5}\frac{k_F^2}{m^2}. \quad (37)$$

Ký hiệu $\tilde{\zeta}(\boldsymbol{k}, \omega)$ là biến đổi Fourier của $\zeta(x)$,

$$\zeta(x) = \frac{1}{2\pi}\int d\omega \frac{1}{(2\pi)^3}\int d\boldsymbol{k}\ e^{-i(\omega t - \boldsymbol{kx})}\tilde{\zeta}(\boldsymbol{k}, \omega), \quad (38)$$

và đặt

$$\tilde{\sigma}(\boldsymbol{k}, \omega) = \sqrt{\frac{4\pi e^2}{\omega^2 k^2}}\tilde{\zeta}(\boldsymbol{k}, \omega), \quad (39)$$

ta viết lại phiếm hàm tác dụng (25) dưới dạng:

$$I_0[\varphi] = I_0[\varphi_0] + I_0^{\text{eff}}[\sigma], \quad (40)$$

trong đó

$$I_0^{\text{eff}}[\sigma]=\frac{1}{2\pi}\int d\omega\frac{1}{(2\pi)^3}\int d\boldsymbol{k}\,\frac{1}{2}\tilde{\sigma}(-\boldsymbol{k},\omega)\left[\omega^2-\omega_{pl}^2-\gamma^2k^2\right]\tilde{\sigma}(\boldsymbol{k},\omega). \quad (41)$$

Hãy xem $\tilde{\sigma}(\boldsymbol{k},\omega)$ là biến đổi Fourier của một trường vô hướng

$$\sigma(x)=\sigma(\boldsymbol{x},t)=\frac{1}{2\pi}\int d\omega\frac{1}{(2\pi)^3}\int d\boldsymbol{k}\;e^{-i(\omega t-\boldsymbol{kx})}\tilde{\sigma}(\boldsymbol{k},\omega). \quad (42)$$

Phiếm hàm tác dụng của trường vô hướng $\sigma(x)$ có biểu thức:

$$I_0^{\text{eff}}[\sigma]=\frac{1}{2}\int dt\int d\boldsymbol{x}\left\{\left[\frac{\partial\sigma(\boldsymbol{x},t)}{\partial t}\right]^2-\gamma^2\left[\nabla\sigma(\boldsymbol{x},t)\right]^2-\omega_{pl}^2\sigma(\boldsymbol{x},t)^2\right\}, \quad (43)$$

do đó trường $\sigma(x)$ có Lagrangian sau đây:

$$L=\frac{1}{2}\int d\boldsymbol{x}\left\{\left[\frac{\partial\sigma(\boldsymbol{x},t)}{\partial t}\right]^2-\gamma^2\left[\nabla\sigma(\boldsymbol{x},t)\right]^2-\omega_{pl}^2\sigma(\boldsymbol{x},t)^2\right\}. \quad (44)$$

Các công thức (43) và (44) hoàn toàn tương tự như các công thức xác định phiếm hàm tác dụng và Lagrangian của trường lượng tử vô hướng tương đối tính Klein - Gordon [31, 32].

Để minh họa phương pháp chúng ta đã xét kỹ trường hợp đơn giản nhất: khí điện tử trong kim loại đồng chất kích thước vô hạn. Phương pháp tính toán trình bày ở trên có thể áp dụng cho các hệ điện tử trong các cấu trúc kim loại kích thước nano.

Kết luận

Xuất phát từ biểu thức đã biết của phiếm hàm tác dụng của khí điện tử linh hoạt trong kim loại ở nhiệt độ *T=0*, bằng phương pháp tích phân phiếm hàm chúng ta đã thiết lập được một cách chính xác phiếm hàm tác dụng của một trường lượng tử vô hướng mà các toán tử sinh hạt và hủy hạt của trường này chính là các toán tử sinh và hủy plasmon. Trong trường hợp khí điện tử trong kim loại đồng chất có kích thước không bị giới hạn đã thiết lập công thức tán sắc của tần số plasmon $\omega(k)$ và thu được công thức ta biết trong lý thuyết hiện hành. Phương pháp lập luận và tính toán được đề xuất trong bài này có thể áp dụng để nghiên cứu các vấn đề khó hơn nhiều theo hai hướng sau đây:

- Một là, áp dụng vào trường hợp khí điện tử trong các cấu trúc kim loại kích thước nano.

- Hai là, nghiên cứu tương tác của plasmon với các chuẩn hạt khác, thiết lập ra các Hamiltonian tương tác hiệu dụng mà trong loạt bài [1-25] các tác giả giả thiết là có một dạng đơn giản nào đó.

Lời cảm ơn

Các tác giả xin chân thành cảm ơn Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam đã tạo điều kiện thuận lợi cho việc hoàn thành bài báo này.

Tài liệu tham khảo

[1] Kometani N, Tsubonishi M, Fujita T, Asami K and Yonezawa Y (2001), *Langmuir,* 17, 578.

[2] Wiederrech G.P, Wurtz G.A and Hranisavljevic J (2004), *Nano Lett,* 4, 212.

[3] Zhang W, Govorov A.O and Bryant G.W (2006), *Phys. Rev. Lett,* 97, 146804.

[4] Zhas J, Jensen L, Sung J.H, Zou S.L, Shatz G.C and Dyune R.F (2007), *J. Am. Chem. Soc,* 129, 7647.

[5] Umada T, Toyota R, Masuhara H and Asahi T (2007), *J. Phys.Chem,* C 111, 1549.

[6] Wurtz G.A, Evans P.R, Hendren W, Atkinson R, Dickson W, Pollard R.J and Zayats A.V (2007), *Nano Lett,* 7, 1297.

[7] Kelley A.M (2007), *Nano Lett,* 7, 3235.

[8] Ni W.H, Yang Z, Chen H.J, Li L and Wang J.F (2008), *J. Am.Chem Soc,* 130, 6692.

[9] Fohang N.T, Park T.H, Neumann O, Mirin N.A, Norlander P and Halas N.J (2008), *Nano Lett,* 8, 3481.

[10] Manjavacas A, Garcia de Abajo F.J and Nordlander P (2011), *Nano Lett,* 11, 2318.

[11] Yan J.Y, Zhang W, Duan S.Q, Zhao X.G, and Govorov A.O (2008), *Phys. Rev, B,* 77, 165301.

[12] Ringler M, Schwemer A, Wunderlich M, Nichtl A, Kürzniger K, Klar T.A and Feldmann (2008), *Phys. Rev. Lett,* 100, 203002.

[13] Ni W, Ambjörnsson T, Apell S.P, Chen H and Wang J (2010), *Nano Lett,* 10, 77.

[14] Artuso R. D and Bryant G (2008), *Nano Lett,* 8, 2106.

[15] Ridolfo A, Di Stefano O, Fina N, Saija R and Savasta S (2010), *Phys. Rev. Lett,* 105, 263601.

[16] Artuso R.D, Bryant G.W, Garcia-Etxarri A and Aizpuma J (2011), *Phys. Rev. B,* 83, 235406.

[17] Anger P, Bharadwaj P and Novotny I (2006), *Phys. Rev. Lett,* 96, 113002.

[18] Kühn S, Häkansson U, Rogobette L, and Sandoghdar V (2006), *Phys. Rev. Lett,* 97, 017402.

[19] Tam F, Goodrich G.F, Johnson B.R and Halas N.J (2007), *Nano Lett,* 7, 496.

[20] Chen Y, Munechika K and Ginger D.S (2007), *Nano Lett,* 7, 690.

[21] Zhang J, Fu Y, Chowdhury V, and Lakowicz J.R (2007), *Nano Lett,* 7, 2101.

[22] Bek A, Jansen R, Ringler M, Mayilo S, Klar T.A, and Feldmann J (2008), *Nano Lett,* 8, 485.

[23] Bardhan R, Grady V, Cole J.R, Joshi A and Halas N.J (2009), *ACS Nano,* 3, 744.

[24] Fadeev L.D (1976), *Introduction to functional methods in Methods in Field Theory (Les Houches Summer School 1975), Ed R Balian and Jinn-Justin* (Amsterdam: North-Holland).

[25] Sakita B (1985), *Quantum Theory of Many-Variable Systems and Fields* (Singapore: World Scientific).

[26] Van Hieu N (1994), *Functional integral techniques in condensed matter physics, in Computational Approaches for Novel Condensed Matter Systems Ed M Das* (New York: Plenum).

[27] Stratonovich R.L (1958), *Sov. Phys. Dokl,* 2, 416.

[28] Hubbard J (1959), *Phys. Rev. Lett,* 3, 77.

[29] Nguyen Van Hieu and Nguyen Bich Ha (2012), *Adv. Nat. Sci: Nanosci. Nanotechnol,* 3, 035009.

[30] Nguyen Van Hieu and Nguyen Bich Ha (2014), *Adv. Nat. Sci: Nanosci. Nanotechnol,* 5, 035004.

[31] Brown L.S (1995), *Quantum Field Theory* (Cambridge: Cambridge University Press).

[32] Gross F (1993), *Relativistic Quantum Mechanics and Field Theory* (New York: John Wiley & Son, Inc.).