

Dự báo và phân tích tai biến địa chất trong xây dựng công trình ngầm và khai thác mỏ hầm lò sử dụng chương trình UDEC

Nguyễn Quang Phích*, Ngô Doãn Hào, Nguyễn Quang Minh, Nguyễn Văn Mạnh

Trường Đại học Mỏ - Địa chất

Ngày nhận bài 8/9/2016, ngày chuyển phản biện 12/9/2016, ngày nhận phản biện 30/9/2016, ngày chấp nhận đăng 17/10/2016

Bài viết giới thiệu kết quả nghiên cứu mô phỏng số dự báo và phân tích tai biến địa chất trong khai thác mỏ hầm lò và xây dựng công trình ngầm (đào lò) trong đó chú ý sự có mặt của các hệ khe nứt, các lớp đá khác nhau và đứt gãy (phay, hay đới phá hủy) sử dụng chương trình UDEC. Các kết quả nhận được cho phép dự báo được các dạng tai biến địa chất có thể xảy ra, từ đó có thể có được các giải pháp phòng tránh và hạn chế tai biến địa chất một cách hợp lý.

Từ khóa: khai thác hầm lò, mô phỏng số, tai biến địa chất, xây dựng công trình ngầm, UDEC.

Chỉ số phân loại 1.5

Prediction and analysis of geohazards in underground mining and tunneling using UDEC

Summary

This article presents some investigation results on forecasting and analysis of geological hazards in underground mining and underground construction (tunneling), taking into account the presence of joints, the layers of different rocks, and faults using UDEC program from a research project in the period from 2011 to 2014. The results obtained allow to predict the types of geological disasters which may be caused by human activities. Based on the obtained results, several measures could be found to prevent and reduce geohazards reasonably.

Keywords: geohazards, numerical simulation, tunneling, UDEC, underground mining.

Classification number 1.5

Đặt vấn đề

Tiến hành xây dựng các công trình ngầm và khai thác khoáng sản bằng phương pháp hầm lò sẽ tạo nên các khoảng trống ngầm trong vỏ trái đất. Hoạt động này, trước tiên phá vỡ trạng thái vật chất, trạng thái cân bằng ban đầu trong khối đất đá. Trong khối đất đá hình thành các quá trình biến đổi khác nhau theo xu hướng đưa khối đất đá về trạng thái cân bằng mới. Dạng và quy mô của các quá trình biến đổi đó phụ thuộc vào các đặc điểm địa chất, địa chất thủy văn, các tính chất vật lý của các loại đá, trạng thái ứng suất nguyên sinh, các yếu tố địa hình, địa mạo, điều kiện tự nhiên như mưa, động đất và các yếu tố công nghệ liên quan với công tác thi công, công tác khai đào và mục tiêu của hoạt động khai thác, xây dựng công trình ngầm. Trong trạng thái "không kiểm soát" được, các quá trình biến đổi có thể gây ra các tai biến địa chất - kỹ thuật (tai biến địa chất do hoạt động kỹ thuật của con người gây ra, hay tai biến địa chất có yếu tố nhân sinh) ở các mức độ khác nhau, gây thiệt hại về kinh tế và nhiều khi cả tính mạng con người.

Để có thể phòng, tránh hoặc giảm thiểu tai biến địa chất kỹ thuật, cần thiết phải dự báo được khả năng và dạng tai biến có thể bị gây ra, ngay từ giai đoạn quy hoạch, thiết kế và cả trong quá trình thi công, vì các điều kiện địa chất thường rất phức tạp, biến động mạnh, không thể có nhận định, đánh giá chính xác, ngay cả với công tác điều tra, thăm dò thật tỷ mỉ bằng các công cụ thăm dò hiện đại nhất hiện nay đang được triển khai trên thế giới. Cho đến nay đã có nhiều loại mô hình được phát triển phục vụ công tác

*Tác giả liên hệ: Email: nqphich@yahoo.com

dự báo tai biến địa chất hay đánh giá mức độ ổn định các không gian ngầm, bao gồm các phương pháp hay mô hình kinh nghiệm bán giải tích, các mô hình toán học (xây dựng trên cơ sở đo đạc, phân tích thống kê tại các vùng mỏ đã và đang tiến hành hoạt động khai thác, tại các công trình ngầm đã và đang được thi công), các mô hình vật lý (mô hình vật liệu tương đương) và mô hình lý thuyết (bao gồm mô hình giải tích và mô hình số). Các phương pháp lý thuyết được xây dựng trên cơ sở các lập luận vật lý, cơ học chặt chẽ. Các phương pháp số cho phép có thể chú ý được nhiều yếu tố ảnh hưởng khác nhau, cũng như các đặc điểm cấu trúc địa chất phức tạp [1].

Trong khối đá luôn tồn tại các mặt phân cách (mặt phân lớp, phân phiến, các khe nứt, đứt gãy...) ở các mức độ khác nhau. Sự tồn tại của các mặt phân cách có ảnh hưởng rất lớn đến các tính chất cơ học của khối đá: các biểu hiện cơ học của khối đá mang dấu hiệu không liên tục, không đồng nhất, dị hướng và phụ thuộc nhiều vào kích thước miền nghiên cứu cũng như các yếu tố cấu trúc [2].

Trong thực tế, dự báo tai biến địa chất dựa trên cơ sở hiểu biết về các trạng thái ứng suất và quy luật biến dạng, dịch chuyển và phá hủy trong khối đá sau khi khai đào. Để giải quyết vấn đề này, đến nay phần lớn vẫn sử dụng các phương pháp tính toán theo lý thuyết cơ học các môi trường liên tục, kể cả phương pháp giải tích và phương pháp số. Đương nhiên, thực tế đã chứng tỏ rằng, khi khối đá thực sự là tập hợp từ các khối nứt với những mối liên kết phức tạp giữa chúng thì các lời giải theo lý thuyết cơ học môi trường liên tục cũng không cho kết quả định tính hợp lý. Một loạt các phương pháp số đã được phát triển nhằm tiệm cận vấn đề này.

Yêu cầu chung với mọi mô hình mô phỏng số là phải phản ánh được hai loại biểu hiện cơ học trong hệ thống không liên tục: biểu hiện của yếu tố gây ra tính không liên tục; biểu hiện của các phần tử vật liệu rắn.

Như vậy, mô hình phải vừa chú ý được các biểu hiện của các phần tử cơ bản cấu thành khối đá là đá và đồng thời phải chú ý được biểu hiện cơ học của các mối liên kết giữa các phần tử rời rạc, các khối nứt.

Các biểu hiện cơ học của vật liệu rắn (các khối nứt hay đá liền khối) được xây dựng trên cơ sở các kết quả thực nghiệm, được tiến hành ở các mẫu đá, với các mô hình lưu biến đa dạng, có chú ý đến tính

hoá cứng, giảm bền theo biến dạng. Khi mô hình hoá biểu hiện cơ học của các mặt phân cách tồn tại hai quan điểm là: coi tiếp xúc giữa các phần tử là mềm hay cứng. Trong phương pháp phần tử hữu hạn, sai phân hữu hạn, phần tử biên thường sử dụng các phần tử khe nứt, đường trượt với biểu hiện nhất định, chưa phản ánh hết được đặc điểm của các mối tiếp xúc, liên kết phức tạp và trong tính toán chỉ dừng lại ở biến dạng và chuyển động xoay nhỏ. Các chương trình phần tử rời rạc (discrete element) cho phép chú ý được các chuyển động xoay, biến dạng của các vị trí tiếp xúc, liên kết và tự động nhận biết được các vị trí tiếp xúc mới trong quá trình tính toán.

Phương pháp phần tử rời rạc có thể phân ra năm nhóm phương pháp với các đặc trưng sau:

- Các chương trình phần tử riêng rẽ (distinct element programs) sử dụng sơ đồ tính tường minh theo thời gian để giải trực tiếp các phương trình chuyển động. Các khối nứt được xem là cứng hoặc có thể biến dạng, bằng cách chia thành các phần tử hữu hạn. Các vị trí tiếp xúc được mô phỏng có thể biến dạng được. Các chương trình đại diện cho nhóm này là: TRUBAL (Cundall and Strack, 1979) [3], UDEC (Cundall, 1980) [4]; Cundall and Hart, 1985) [5]; 3DEC (Cundall and Hart, 1992) [6]; DIBS (Walton, 1980) [7]; 3DSHEAR (Walton, et al, 1988) [8] và PFC (Itasca, 1995) [9].

- Các phương pháp thể thức (modal methods) tương tự như phương pháp phần tử riêng rẽ mô phỏng vị trí tiếp xúc là cứng, còn với các phần tử biến dạng thì sử dụng nguyên lý xếp chồng theo thể thức (Williams and Mustoe, 1987) [10]. Phương pháp này có thể thích hợp hơn cho môi trường không liên tục cấu thành từ các vật thể rời, không liên kết. Một chương trình đại diện là CICE (Hocking, et al, 1985) [11].

- Phương pháp phân tích biến dạng không liên tục (Discontinuous Deformation Analysis) cho rằng các vị trí tiếp xúc có biểu hiện cứng, còn các phần tử là cứng hoặc biến dạng được. Điều kiện không xâm nhập được thực hiện theo sơ đồ tính lặp; tính biến dạng được chú ý theo nguyên lý xếp chồng. Chương trình quan trọng hiện nay là DDA (Shi and Goodman, 1992) [12].

- Phương pháp trao đổi động lượng (Momentum-Exchange methods) coi cả vị trí tiếp xúc và các phần tử đều là cứng, động lượng được trao đổi giữa hai phần tử tiếp xúc trong khi va đập trực tiếp. Trượt có ma sát được chú ý đến trong chương trình này (Hahn, 1988) [13].

- Phương pháp động học tiếp xúc không trơn (non-smooth contact dynamics NSCD) được phát triển trong phần mềm LMGC90 (M. Jean and J.J. Moreau, 1992) [14], thích hợp cho môi trường bị phân cắt, như khối đá, các kết cấu xây dựng, cấu thành từ các khối.

Trong [15] đã tổng hợp và phân tích các quan điểm và kinh nghiệm sử dụng phương pháp mô phỏng số để giải quyết bài toán dự báo tai biến địa chất có chú ý đến cấu trúc địa chất của khối đá và cho thấy, chương trình hay phần mềm UDEC (Universal Distinct Element Code) là một trong các chương trình hữu hiệu. Bài viết này giới thiệu hai kết quả nghiên cứu dự báo tai biến địa chất khi đào lò qua đứt gãy và khai thác vỉa quặng dày, cấm dốc đứng bằng mô phỏng số, sử dụng chương trình UDEC.

Nội dung nghiên cứu

Bằng phần mềm UDEC, các bài toán dự báo tai biến địa chất được lập trình với ngôn ngữ điều hành FISH.

Một loạt các bài toán khác nhau, có thể gặp trong thực tế, đã được xây dựng và khảo sát để phân tích các khả năng có thể dẫn đến tai biến địa chất, có chú ý đến các đặc điểm về cấu trúc địa chất của khối đá, sự có mặt của các đứt gãy, hang hốc karst, các đới chứa nước (“túi nước”), chứa khí (“túi khí”), các yếu tố công nghệ và các rung chấn do động đất và động đất kích thích. Mỗi mô hình tính toán gồm có mô hình hình học hay sơ đồ tính, các điều kiện biên, các mô hình cơ học của các loại đá, các mặt phân cách, các đứt gãy...

Các dữ liệu vào bao gồm các tham số mô hình về các tính chất cơ học của các loại đá, các đặc điểm và tính chất cơ học của các mặt phân cách (các khe nứt, các mặt phân lớp). Các đứt gãy được mô phỏng bởi miền có kích thước hình học, mật độ nứt nẻ và các tham số cơ học thích hợp. Kết quả thăm dò địa chất, địa kỹ thuật và địa cơ học là cơ sở cho phép đánh giá, lựa chọn các dữ liệu đầu vào. Tuy nhiên, cũng phải lưu ý rằng, công tác điều tra, thăm dò, đánh giá địa kỹ thuật và địa cơ học ở nước ta còn khá lạc hậu, chưa cung cấp đủ các dữ liệu đầu vào theo yêu cầu của các phần mềm nói chung và UDEC nói riêng. Vì vậy, một số tham số phải lựa chọn theo kinh nghiệm trong các tài liệu tham khảo.

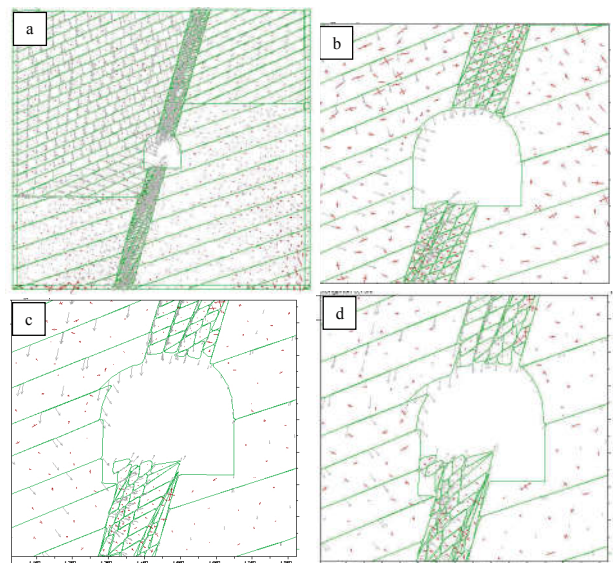
Kết quả nghiên cứu

Dự báo vùng phá hủy khi đào lò qua đứt gãy kiến tạo

Vùng khai thác than Quảng Ninh có đặc điểm địa chất rất phức tạp. Các đứt gãy kiến tạo (còn gọi là phay) là dạng cấu trúc địa chất đặc biệt trong khối đá, tiềm ẩn khả năng gây ra các tai biến địa chất nghiêm trọng. Thực tế đào lò cho thấy, khi đào các đường lò gần phay, qua phay đã xảy ra các biến đổi cơ học phức tạp, không chỉ gây ra các sự cố trong quá trình thi công, mà còn phá hoại các đường lò trong quá trình sử dụng, ngay cả khi đã sử dụng các kết cấu chống, tổ hợp kết cấu chống “đủ khỏe”. Mặc dù vậy, không phải lúc nào cũng có thể thiết kế các đường lò tránh các phay. Thực tế này đòi hỏi phải phân tích, đánh giá thận trọng các cơ chế hình thành phá hủy khi đào qua phay, gần phay, từ đó đề xuất được các giải pháp gia cố, chống giữ hợp lý hơn.

Ba ví dụ mô phỏng sau đây sẽ cho thấy các mức độ phức tạp của quá trình phát triển vùng phá hủy khi đào lò qua phay, trong khối đá trầm tích phân lớp.

Trường hợp thứ nhất: đường lò đào qua một phay nhỏ, có bề rộng nhỏ hơn chiều rộng đường lò, trong vùng khối đá có hai lớp đá là bột kết (phía trên) và cát kết (phía dưới) nứt nẻ thưa, như trên hình 1.



Hình 1: hình thành và phát triển vùng phá hủy khi đào lò qua phay, trong khối đá phân lớp

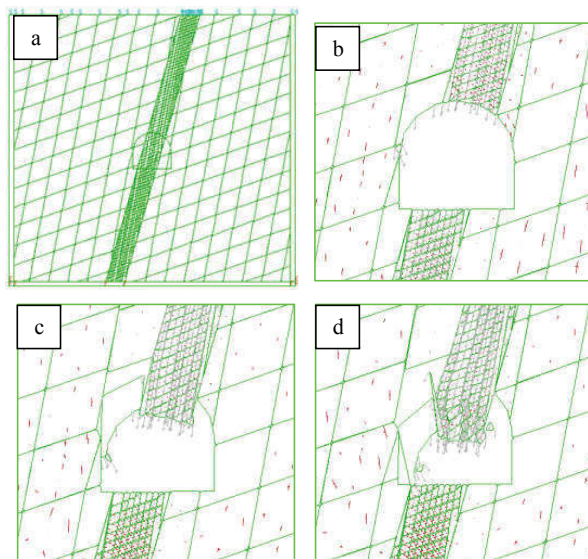
Hình 1a phản ánh quy luật chung về phân bố ứng suất (gạch chéo màu đỏ) và véc tơ dịch chuyển (mũi tên màu trắng xám) trong toàn vùng khảo sát. Dịch

chuyển ban đầu chủ yếu xảy ra mạnh trong lớp bột kết phía bên trái, hướng về phía đường lò sau khi đào, do lớp bột kết mềm yếu hơn so với lớp cát kết.

Trên các hình 1b, c và d phản ánh sự phát triển tiếp theo của quá trình dịch chuyển và phá hủy khối đá, nếu đường lò không được chống giữ, gia cố. Trong trường hợp này, đới phá hủy (đứt gãy, phay) bị nén ép từ hai bên, nên xu thế dịch chuyển tụt vào khoảng trống giảm dần. Nhưng ngược lại, lớp bột kết bị nén ép mạnh về phía nền và đẩy các tầng đá trong đới phá hủy trôi lên từ phía nền. Đây là một dạng tai biến bùng nổ do tác động phá hủy và nén ép. Cũng từ kết quả mô phỏng này cho thấy, phía sườn bên phải là lớp cát kết nứt nẻ thừa không hề bị phá hủy và dịch chuyển khá ít về phía đường lò. Điều đó cũng có nghĩa là không nhất thiết các lớp đá đều bị dịch chuyển nhiều theo hướng cấm, như một số nhận định trong cơ học đá, mà còn tùy thuộc vào phân bố của chúng trong khối đá, liên quan với các lớp đá khác.

Với các kết quả mô phỏng nhận được cho thấy, để giữ cho đường lò ổn định, cần đặc biệt chú ý phía sườn trái và nền lò, cụ thể cần gia cố khối đá, kết hợp với sử dụng kết cấu linh hoạt cho phía sườn trái và nền lò. Kết cấu có tính đối xứng trong trường hợp này chắc chắn sẽ bị vụn, phá hủy do áp lực lệch.

Trường hợp thứ hai: đường lò được đào qua đứt gãy, nhưng nằm gọn trong lớp đá cát kết có hai hệ khe nứt, như trên hình 2.

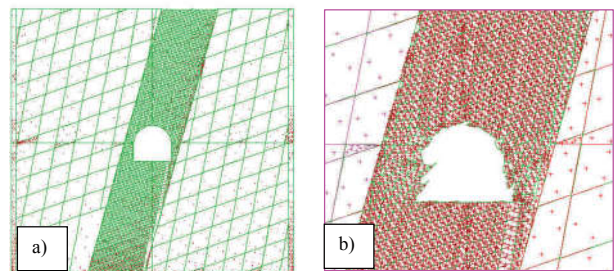


Hình 2: dịch chuyển và phá hủy xung quanh đường lò, trong khối đá cát kết có hai hệ khe

Hình 2a là sơ đồ tính, các hình 2b, c và d cho thấy sự biến đổi của quy luật phân bố ứng suất (gạch chéo màu đỏ) và dịch chuyển (mũi tên màu xám trắng) ở vùng lân cận đường lò. Có thể nhận thấy, phần đất đá trong đới phá hủy phía nóc lò và khối nêm bên vai trái dịch chuyển với xu thế sập lở vào đường lò rất rõ rệt. Ứng suất tập trung lan truyền ra xa biên lò, phía bên sườn phải, với hai khối nêm có thành phần ứng suất tác dụng lên khá nhỏ.

Do khả năng nhận tải hay độ bền của lớp cát kết cao, nên ứng suất tập trung phân bố chủ yếu tại đây. Phía nền lò và phần sườn phải khá ổn định khi không chống. Trong trường hợp này, các biện pháp gia cố trước cho phần nóc hầm (ví dụ khoan cắm cọc, chèn nhồi, hoặc khoan phụt) và neo chốt vai vòm trái cần được chuẩn bị thận trọng. Ở đây không đi sâu phân tích các phương án gia cố và chống giữ, nhưng bằng UDEC hoàn toàn có thể mô phỏng các phương án khác nhau, để có thể chọn giải pháp hợp lý.

Trường hợp thứ ba: đới phá hủy có chiều rộng lớn hơn chiều rộng đường lò, còn mọi thông số khác đều giống như ở trường hợp thứ 2. Sơ đồ tính và kết quả mô phỏng cuối cùng thể hiện lần lượt trên hình 3a và 3b.



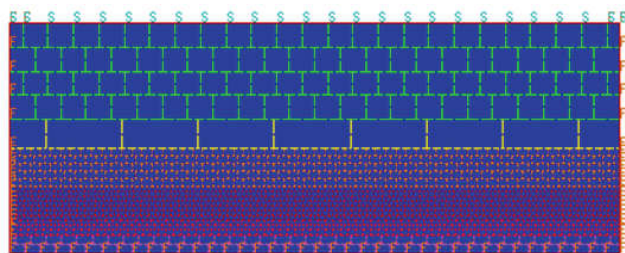
Hình 3: đường lò đào qua đới phá hủy rộng: sơ đồ mô phỏng a) và kết quả b)

Kết quả mô phỏng cho thấy, khi đứt gãy hay đới phá hủy đủ lớn so với kích thước của đường lò, vùng lân cận đường lò ít nhiều có thể coi là môi trường giả đồng nhất, nên dịch chuyển xuất hiện khá đều từ phía nóc và hai bên sườn về phía khoảng trống. Kết cấu chống bằng khung thép linh hoạt kích thước có thể là phương án khả dĩ, tuy nhiên, mức độ linh hoạt, khoảng cách giữa các khung cần phải được mô phỏng, phân tích, thiết kế thận trọng.

Dự báo tai biến địa chất trong khai thác than

Ví dụ được giới thiệu là trường hợp khai thác than

bằng hệ thống khai thác lò chợ dài. Lớp than có chiều dày 7 m được khai thác toàn bộ, nằm cách mặt đất 334 m, tính đến tâm lò khai thác là 337,5 m (chiều sâu khai thác). Nghiên cứu các quá trình biến đổi địa cơ học trong khối đá xung quanh lò chợ theo tiến trình khai thác được triển khai trên miền khảo sát có kích thước 120x48 m (mô hình tính). Lò khai thác (lò chợ) cách mặt biên trên 34 m. Như vậy biên trên của miền khảo sát cách mặt đất 300 m (chiều dày lớp phủ), được thay thế bởi áp lực theo phương thẳng đứng bằng 7,5 MPa, tính với khối lượng trung bình của các lớp đá phía trên bằng 2,5 g/cm³. Khối đá trong miền khảo sát bao gồm 5 lớp đá khác nhau và một lớp than. Các biên phải và biên trái có điều kiện biên là dịch chuyển theo phương ngang bằng 0; mặt đáy có điều kiện biên là dịch chuyển theo phương thẳng đứng bằng 0. Bài toán có sơ đồ giải như trên hình 4.



Hình 4: sơ đồ phân tích, dự báo tại biên địa chất xung quanh lò khai thác

Trên hình 5, lần lượt từ trái qua phải là các kết quả về dịch chuyển toàn phần, dịch chuyển theo phương thẳng đứng và các vị trí khối đá bị phá hủy (gạch chéo màu đỏ), sau khi khai thác 10 m đầu, tính từ biên phải của miền khảo sát.

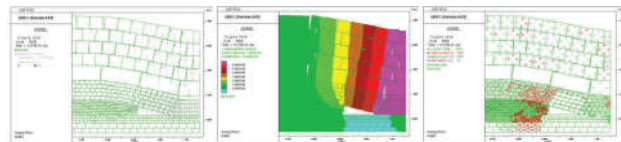
Bảng 1: các tham số cơ học của các loại đá

TT	Chiều dày (m)	Mật độ ρ (g/cm ³)	Mô đun nén thể tích K (GPa)	Mô đun trượt G (GPa)	Góc ma sát ϕ (độ)	Lực dính kết C (MPa)	Độ bền kéo σ_k (MPa)
1	4	2,55	14,2	7,0	29	2,6	4,6
2	3	2,50	10,0	5,2	26	2,2	3,6
3	7	1,40	4,3	2,3	22	1,5	1,4
4	8	2,55	9,2	4,81	26	2,6	3,6
5	6	2,70	20,9	10,9	33	4,6	8,6
6	20	2,50	10,0	5,0	27	2,3	3,7

Bảng 2: các tham số cơ học của các hệ khe nứt

STT	Hệ số độ cứng pháp tuyến k_n (10^9 Pa/m)	Hệ số độ cứng tiếp tuyến k_s (10^9 Pa/m)	Lực dính kết C (Pa)	Góc ma sát ϕ (Độ)	Độ bền kéo σ_k (Pa)
1	9,0	3,0	0	20	0
2	7,0	2,2	0	18	0
3	3,0	1,2	0	12	0
4	6,0	2,0	0	16	0
5	12,0	4,0	0	28	0
6	7,0	2,2	0	20	0

Trong bảng 1 tập hợp các dữ liệu hình học và cơ học của các lớp đá tính từ dưới lên. Các lớp đá có một hệ khe nứt cắt vuông góc với mặt phân lớp. Các tham số cơ học của các hệ khe nứt trong 6 lớp đá được tổng hợp trong bảng 2.



Hình 5: dịch chuyển toàn phần, dịch chuyển theo phương thẳng đứng và vùng phá hủy xung quanh lò chợ (từ trái sang phải)

Từ các kết quả trên hình 5 cho thấy, các quy luật xảy ra phù hợp với các kết quả nghiên cứu trên mô hình vật lý và mô tả thực tế, vẫn được đề cập trong các tài liệu chuyên môn. Các hiện tượng uốn võng, tách lớp, trượt và bùng nền có thể nhận biết rất rõ ràng. Điều quan trọng là, bằng mô hình số có thể có được các nhận định phân tích và dự báo ngay từ ban đầu, trước khi khai thác, không phải chuẩn bị như các mô hình vật lý và có thể sử dụng lại chương trình tính, cũng như phân tích tham số (thay đổi các tham số cơ học và hình học), tùy thuộc vào từng điều kiện cụ thể.

Kết luận

UDEEC là chương trình số, cho phép mô tả khối đá là tập hợp từ các khối nứt (các tầng đá, lớp đá, được bao bọc bởi các mặt phân cách hay khe nứt), cho phép xây dựng được các mô hình tính, hay mô phỏng, sát thực hơn khi khối đá là phân lớp, nứt nẻ. Các khối nứt có thể dịch chuyển, quay hoặc xoay, tùy theo tác động cơ học và giữa các khối nứt hình thành các điểm hay cạnh tiếp xúc mới, mà tại đó điều kiện cân bằng mới lại được thỏa mãn yêu cầu. Với giả thiết các khối nứt là môi trường biến dạng, có thể áp dụng mọi mô hình cơ học khác nhau cho môi trường biến dạng liên tục vào các khối nứt. Biểu hiện cơ học của các hệ khe nứt được mô phỏng thông qua các định luật khác nhau, liên quan với độ co, giãn và trượt trên khe nứt.

Nghiên cứu sử dụng UDEEC để mô phỏng các quá trình biến đổi cơ học, không chỉ chú ý được các biểu hiện cơ học của khối đá, mà còn chú ý được đặc điểm cấu trúc địa chất phức tạp của khối đá, cho các kết quả mô phỏng gần gũi với thực tế, đặc biệt là các hiện tượng phá hủy.

Các kết quả nhận được từ bài toán mô phỏng đào lò

qua đứt gãy, khai thác than bằng lò chợ dài cho thấy, các quy luật tai biến xảy ra là phù hợp với các kết quả gặp phải trong thực tế. Quy luật phân bố ứng suất, dịch chuyển chịu ảnh hưởng nhiều bởi thể nằm, mức độ nứt nẻ của khối đá, cũng như vị trí tương đối giữa đường lò và đứt gãy trong khối đá. Đương nhiên, nếu dự báo được các dạng tai biến địa chất này ngay từ giai đoạn thiết kế sẽ chuẩn bị được các giải pháp ngăn chặn hoặc hạn chế được các sự cố, tai nạn đáng tiếc vẫn hay xảy ra trong khai thác mỏ hầm lò.

Lời cảm ơn

Công trình được hoàn thành với sự tài trợ của Bộ KH&CN thông qua đề tài nghiên cứu mã số ĐT.NCCB-ĐHƯD.2011-G/13. Nhóm nghiên cứu xin chân thành cảm ơn.

Tài liệu tham khảo

- [1] Nguyễn Quang Phích, Nguyễn Văn Mạnh, Đỗ Ngọc Anh (2007), *Phương pháp số*, Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội.
- [2] Nguyễn Quang Phích (2000), *Lý thuyết cơ học khối đá nguyên khối và nứt nẻ - Bài giảng cao học ngành Địa chất công trình*, Trường Đại học Mỏ - Địa chất, Hà Nội.
- [3] P.A. Cudall and O.D.L. Strack (1979), "A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies", *Geotechnique*, **29**, pp.47-65.
- [4] P.A. Cudall (1980), *UDEC-A Generalized Distict Element Program for Modelling Jointed Rock*, Peter Cudall Associates, report PCAR-1-80; European Research Office, U.S Army, Contract DAJA37-79-C-0548.
- [5] P.A. Cudall and R.D. Hart (1985), *Development of Generalized 2-D and 3-D Disiyct Element Programs for Modeling Jointed Rock*, Itasca Cosulting Group; USArmy Corps of Engineers, Misc.
- [6] P.A. Cudall and R.D. Hart (1992), "Numerical Modeling of Discontinua", *Engr.Com*, **9(2)**, pp.101-113.
- [7] O.R. Walton (1980), *Parcticle Dynamic Modeling of Geological Materials*, Lawrence Livermore National Laboratory, Report UCRL-52915.
- [8] O.R. Walton, et al (1988), *Particle-Dynamics Calculations of Gravity Flows of Inelastic, Friction Spheres*, Micromechanics of Granular Material.Amsterdam, pp.153-161.
- [9] Itasca Cosulting Group, Inc (1995), *Particle Flow Code in 2 Dimension and Particle Flow Code in 3 Dimensions, Version 1.1*, Minneapolis, Icg.
- [10] J.R. Williams and G.G.W. Mustoe (1987), "Modal Methods for the Analysis of Discrete Systems", *Computer&Geotechnics*, **4**, pp.1-19.
- [11] G. Hocking, G.G. Mustoe and J.R. Williams (1985), *CICE Discrete Element code. Theoretical Manual*, Lakewood, Colorado.
- [12] Genhua Shi and Richard E. Goodman (1988), *Discontinuous Deformation Analysis - A New Method Forcomputing Stress, Strain And Sliding Of Block Systems*, The 29th U.S. Symposium on Rock Mechanics (USRMS), 13-15 June, Minneapolis, Minnesota, ARMA-88-0381.
- [13] j.K. Hahn (1988), "Realistic Antimation of Rigid Bodies", *Computer Graphics*, **24(4)**, pp.299-308.
- [14] M. Jean and J.J. Moreau (1992), *Unilaterality and dry friction in the dynamic of rigid body collections*, Proc. Contact Mechanics Int. Symp., Edt A. Curnier, pp.31-48.
- [15] Nguyễn Quang Phích và nnk (2013), "Vấn đề mô hình hóa khối đá nứt nẻ, phân lớp và nghiên cứu tai biến địa chất", *Tạp chí Địa chất, loạt A*, **số 334**, tr.82-90.