

Một quy luật thay đổi ma trận trọng số trong hàm mục tiêu của bộ điều khiển dự báo để xét tính ổn định hệ thống TRMS dựa trên phương pháp quy hoạch động của Bellman

Nguyễn Thị Mai Hương*, Mai Trung Thái, Lê Thị Thu Hà, Lại Khắc Lãi

Đại học Thái Nguyên

Ngày nhận bài 4.5.2015, ngày chuyển phản biện 7.5.2015, ngày nhận phản biện 10.6.2015, ngày chấp nhận đăng 16.6.2015

Năm 2014, nhóm nghiên cứu của các tác giả này đã đưa ra kết quả áp dụng điều khiển dự báo trực tiếp trên nền quy hoạch động để xét tính ổn định của hệ thống TRMS khi cửa sổ dự báo tiến ra vô cùng [1]. Các kết quả trong nghiên cứu nêu trên đã chứng minh được tính ổn định của hệ thống nhưng chưa giải quyết trực tiếp được các điều kiện ràng buộc của các tham số trạng thái. Trong bài này, các tác giả đề xuất quy luật thay đổi các ma trận trọng số của hàm mục tiêu nhằm thỏa mãn các điều kiện ràng buộc đầu vào, đầu ra và tham số trạng thái của hệ. Các kết quả mô phỏng khi cửa sổ dự báo tiến đến vô cùng, các tham số trạng thái của đối tượng tiến về 0 và thỏa mãn các điều kiện ràng buộc, hệ thống ổn định toàn cục, chứng tỏ tính hợp lý của quy luật được đề xuất.

Từ khoá: điều khiển dự báo, điều kiện ràng buộc, hệ thống hai cánh quạt nhiều đầu vào nhiều đầu ra, quy hoạch động, sự ổn định, tham số trạng thái.

Chỉ số phân loại 1.2

A RULE OF CHANGE OF WEIGHT MATRIX IN OBJECTIVE FUNCTION IN MODEL PREDICTIVE CONTROL IN ORDER TO CONSIDER STABILITY FOR TRMS BASED ON BELLMAN'S DYNAMIC PROGRAMMING METHOD

Summary

A paper [1] indicated the survey results of applying Model Predictive Control for the TRMS based on Bellman's dynamic programming method in order to consider the stability with the predictive horizon going to infinity. The results of [1] has proved the stability of system, but they did not satisfy constraint conditions of state parameters. In this article, the authors provided a rule of change of weight matrix in objective function in order to satisfy constraint conditions of the inputs, the outputs and the state parameters of this system. All of the state parameters reached to zero and satisfied constraint conditions, the global stability of the system when the predictive horizon (N_p) went to infinity showed a reasonable rule with simulation results.

Keywords: constraint conditions, dynamic programming, model predictive control, stability, state parameters, Twin rotor MIMO system (TRMS).

Classification number 1.2

Giới thiệu chung

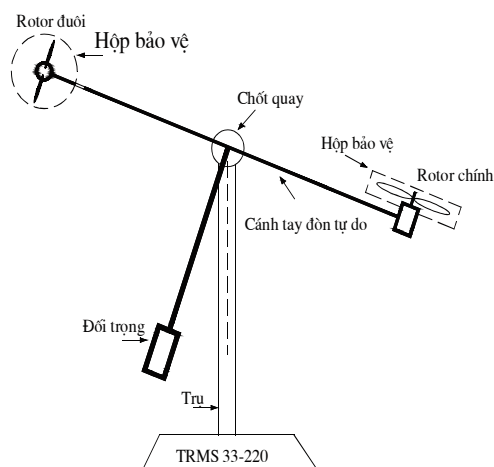
Tối ưu hóa trong điều khiển dự báo là một vấn đề khó, đang được nhiều nhà khoa học trong và ngoài nước quan tâm nghiên cứu. Từ trước đến nay, người ta chủ yếu sử dụng các phương pháp tìm nghiệm có hướng trên cửa sổ dự báo hữu hạn để tối ưu hóa trong điều khiển dự báo như phương pháp gradient, Newton - Raphson (Newton - Optimization, Newton type), hay Gauss - Newton vì các phương pháp này khá thuận lợi cho dạng các bài toán tối ưu bị ràng buộc. Cũng có một vài phương pháp tối ưu hóa khác không sử dụng hướng tìm như Levenberg - Marquardt hay trust region, song tất cả các phương pháp tối ưu hóa đã được sử dụng đều chỉ có thể được cài đặt với cửa sổ dự báo hữu hạn, do đó không đảm bảo được tính toàn cục của nghiệm tối ưu tìm được và dẫn đến việc khó đảm bảo được tính ổn định trong hệ thống [2].

Phương pháp quy hoạch động có ưu điểm nổi bật khi áp dụng giải bài

*Tác giả liên hệ: Email: maihuongnguyen79@gmail.com

toán tối ưu nhiều biến là đảm bảo được tính toàn cục của nghiệm tối ưu (phương pháp này rất phù hợp cho lớp đối tượng có mô hình toán dạng song tuyến). Tuy nhiên, hiện nay phương pháp này mới được áp dụng để giải bài toán tối ưu cho hệ tuyến tính có tham số là hằng số hoặc tham số biến đổi theo thời gian. Bên cạnh ưu điểm nổi bật trên thì phương pháp này cũng bộc lộ hạn chế nhất định là chưa thỏa mãn trực tiếp điều kiện ràng buộc. Trong nghiên cứu này, chúng tôi áp dụng phương pháp quy hoạch động để giải bài toán tối ưu cho hệ thống có tham số phụ thuộc trạng thái TRMS. Đây là hệ thống thí nghiệm về khí động lực học tại phòng thí nghiệm, có nguyên lý làm việc tương tự như máy bay trực thăng, hệ có mô hình toán dạng song tuyến, đồng thời đề xuất quy luật thay đổi ma trận trọng số của hàm mục tiêu để khắc phục hạn chế trên.

Mô hình TRMS



Hình 1: hệ thống TRMS

Xét hệ thống TRMS có mô hình dự báo như sau:

$$\begin{cases} \hat{x}(k+i+1|k) = A(x(k+i|k))\hat{x}(k+i|k) + B(x(k+i|k))\hat{u}(k+i|k) \\ \hat{y}(k+i|k) = C(x(k+i|k))\hat{x}(k+i|k) \end{cases} \quad (1)$$

$$i = 0, 1, \dots, N_p - 1$$

Để xác định được tín hiệu điều khiển $\underline{u}_k$ tại cửa dự báo hiện tại, sao cho sự ảnh hưởng của sai lệch mô hình ε_k tới chất lượng ổn định $\underline{x}_k \rightarrow \underline{0}$ là nhỏ nhất ứng với mô hình dự báo (1), ta sẽ sử dụng hàm mục tiêu dạng toàn phương [1]:

$$J = \sum_{i=0}^{N_p-1} \|\underline{x}_{k+i}\|_{Q_k}^2 + \|\underline{u}_{k+i}\|_{R_k}^2 \rightarrow \min \quad (2)$$

Trong đó:

$$\|\underline{x}_{k+i}\|_{Q_k}^2 = \underline{x}_{k+i}^T Q_k \underline{x}_{k+i} \quad \text{và} \quad \|\underline{u}_{k+i}\|_{R_k}^2 = \underline{u}_{k+i}^T R_k \underline{u}_{k+i}$$

với Q_k, R_k là hai ma trận đối xứng xác định dương tùy chọn. Để tăng tính mềm dẻo cho bộ điều khiển sau này, ta có thể thay đổi Q_k, R_k theo k , tức là thay đổi dọc theo trục thời gian $t = kT_a$.

Khi cửa sổ dự báo là vô hạn ($N_p = \infty$) thì việc tối ưu hóa được thực hiện như sau: hàm mục tiêu (2) sẽ viết lại được thành:

$$J = \sum_{i=0}^{\infty} \|\underline{x}_{k+i}\|_{Q_k}^2 + \|\underline{u}_{k+i}\|_{R_k}^2 \rightarrow \min \quad (3)$$

Phương pháp quy hoạch động cho ra kết quả sau [1]:

$$\underline{u}_k = -\left(R_k + B_k^T L B_k\right)^{-1} B_k^T L A_k \underline{x}_k \quad (4)$$

trong đó L là nghiệm đối xứng của:

$$L = Q_k + A_k^T L \left[I - B_k \left(R_k + B_k^T L B_k \right)^{-1} B_k^T L \right] A_k \quad (5)$$

Các biến trạng thái, các đầu vào và các đầu ra của TRMS như sau:

$$\underline{x}(k) = \begin{bmatrix} i_{ah}(k) & \omega_h(k) & S_h(k) & \alpha_h(k) \\ i_{av}(k) & \omega_v(k) & S_v(k) & \alpha_v(k) \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

$$\underline{u}(k) = \begin{bmatrix} U_h(k) & U_v(k) \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

$$\underline{y}(k) = \begin{bmatrix} \alpha_h(k) & \alpha_v(k) \end{bmatrix}^T \quad (8)$$

Trong đó: i_{ah} : dòng điện phản ứng của động cơ đuôi (A); ω_h : vận tốc góc của cánh quạt đuôi (rad/s); S_h : vận tốc góc của cánh tay đòn TRMS trong mặt phẳng ngang mà không bị ảnh hưởng bởi cánh quạt chính (rad/s); i_{av} : dòng điện phản ứng của động cơ đuôi (A); ω_v : vận tốc góc của cánh quạt chính (rad/s); S_v : vận tốc góc của cánh tay đòn TRMS trong mặt phẳng thẳng dọc mà không bị ảnh hưởng của cánh quạt đuôi (rad/s); α_h : vị trí theo phương ngang (yaw angle) của cánh tay đòn TRMS (rad); α_v : vị trí theo phương thẳng đứng (pitch angle) của cánh tay đòn TRMS (rad); U_h : tín hiệu điện áp đầu vào của động cơ đuôi (V); U_v : tín hiệu điện áp đầu vào của động cơ chính (V).

Các phương trình không gian trạng thái liên tục phi tuyến của TRMS được đưa ra trong [3-6]:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{ah} \\ \omega_h \\ S_h \\ \alpha_h \\ i_{av} \\ \omega_v \\ S_v \\ \alpha_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{ah}}{L_{ah}} i_{ah} - \frac{k_{ah} \varphi_h}{L_{ah}} \omega_h + \frac{1}{L_{ah}} f_6(U_h) \\ \frac{k_{ah} \varphi_h}{J_{tr}} i_{ah} - \frac{B_{tr}}{J_{tr}} \omega_h - \frac{f_1(\omega_h)}{J_{tr}} \\ \frac{l_1 f_2(\omega_h) \cos \alpha_v - f_7(\Omega_h) - f_3(\alpha_h)}{D \cos^2 \omega_v + E \sin^2 \alpha_v + F} \\ S_h + \frac{k_m \omega_v \cos \alpha_v}{D \cos^2 \omega_v + E \sin^2 \alpha_v + F} \\ -\frac{R_{av}}{L_{av}} i_{av} - \frac{k_{av} \varphi_v}{L_{av}} \omega_v + \frac{1}{L_{av}} f_8(U_v) \\ \frac{k_{av} \varphi_v}{J_{mr}} i_{av} - \frac{B_{mr}}{J_{mr}} \omega_v - \frac{f_4(\omega_v)}{J_{mr}} \\ \frac{f_5(\omega_v)(l_m + k_g \Omega_h \cos \alpha_v) - f_9(\Omega_v)}{J_v} \\ + \frac{g[(A-B) \cos \alpha_v - C \sin \alpha_v] - 0.5 \Omega_h^2 H \sin 2\alpha_v}{J_v} \\ S_v + \frac{k_t}{J_v} \omega_h \end{bmatrix} \quad (9)$$

Trong đó: $R_{ah}, L_{ah}, k_{ah}, J_{tr}, B_{tr}, l_1, D, E, F, k_m, R_{av}, L_{av}, k_{av}, J_{mr}, B_{mr}, l_m, k_g, g, A, B, C, H, J_v, k_t$ là các hằng số dương, φ_v : từ thông của động cơ một chiều cánh quạt chính (Wb); φ_h : từ thông của động cơ một chiều cánh quạt đuôi (Wb). Ω_h và Ω_v được tính như sau:

$$\Omega_h = S_h + \frac{k_m \omega_v \cos \alpha_v}{D \cos^2 \omega_v + E \sin^2 \alpha_v + F} \quad (10)$$

$$\Omega_v = S_v + \frac{k_t \omega_h}{J_v} \quad (11)$$

f_1 đến f_9 là các hàm phi tuyến. Khi $L_{ah} \ll R_{ah}$ và $L_{av} \ll R_{av}$ mà không mất đi tính chính xác, số bậc của hệ thống có thể giảm xuống bậc 6 như sau:

$$x(k) = [\omega_h(k) \ S_h(k) \ \alpha_h(k) \ \omega_v(k) \ S_v(k) \ \alpha_v(k)]^T \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega_h \\ S_h \\ \alpha_h \\ \omega_v \\ S_v \\ \alpha_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{(k_{ah} \varphi_h)^2}{J_{tr} R_{ah}} \omega_h - \frac{B_{tr}}{J_{tr}} \omega_h - \frac{f_1(\omega_h)}{J_{tr}} + \frac{k_{ah} \varphi_h}{J_{tr} R_{ah}} f_6(U_h) \\ \frac{l_1 f_2(\omega_h) \cos \alpha_v - f_7(\Omega_h) - f_3(\alpha_h)}{D \cos^2 \omega_v + E \sin^2 \alpha_v + F} \\ S_h + \frac{k_m \omega_v \cos \alpha_v}{D \cos^2 \omega_v + E \sin^2 \alpha_v + F} \\ -\frac{(k_{av} \varphi_v)^2}{J_{mr} R_{av}} \omega_v - \frac{B_{mr}}{J_{mr}} \omega_v - \frac{f_4(\omega_v)}{J_{mr}} + \frac{k_{av} \varphi_v}{J_{mr} R_{av}} f_8(U_v) \\ \frac{f_5(\omega_v)(l_m + k_g \Omega_h \cos \alpha_v) - f_9(\Omega_v)}{J_v} + \\ \frac{g[(A-B) \cos \alpha_v - C \sin \alpha_v] - 0.5 \Omega_h^2 H \sin 2\alpha_v}{J_v} \\ S_v + \frac{k_t}{J_v} \omega_h \end{bmatrix} \quad (13)$$

Số bậc của mô hình giảm xuống thì không ảnh hưởng đến độ chính xác của mô hình, nhưng giảm tải cho bộ xử lý và tăng tốc độ tính toán của bài toán tối ưu. Phương trình không gian trạng thái phi tuyến của hệ thống TRMS có thể xấp xỉ và được biểu diễn như phương trình không gian trạng thái phụ thuộc sau:

$$\frac{dx}{dt} = A(x)x + B(x)u \quad (14)$$

Trong đó:

$$A(x) = \begin{bmatrix} -\frac{(k_{ah} \varphi_h)^2}{J_{tr} R_{ah}} - \frac{B_{tr}}{J_{tr}} - \frac{k_{ah} \varphi_h}{J_{tr}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{l_1 k_{ah} \varphi_h}{f_{10}(\alpha_v)} \cos \alpha_v & -\frac{k_{ah} \varphi_h}{f_{10}(\alpha_v)} & -\frac{k_{ah} \varphi_h}{f_{10}(\alpha_v)} & -\frac{k_{ah} \varphi_h \cos \alpha_v}{(f_{10}(\alpha_v))^2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{k_m \cos \alpha_v}{f_{10}(\alpha_v)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{(k_{av} \varphi_v)^2}{J_{mr} R_{av}} - \frac{B_{mr}}{J_{mr}} - \frac{k_{av} \varphi_v}{J_{mr}} |\omega_v| & 0 & 0 \\ -\frac{k_{av} \varphi_v}{J_v^2} & 0 & 0 & \frac{k_{av} \varphi_v}{J_v} (l_m + k_g \Omega_h \cos \alpha_v) & -\frac{k_{av} \varphi_v}{J_v} & f_{11}(\alpha_v) \\ \frac{k_t}{J_v} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} \frac{k_1 k_{ah} \varphi_h}{J_{tr} R_{ah}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_2 k_{av} \varphi_v}{J_{mr} R_{av}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ma trận $A(x)$ và $B(x)$ phụ thuộc vào các tham số trạng thái.

Thiết kế bộ điều khiển dự báo cho TRMS trên nền quy hoạch động

Xét phương trình không gian trạng thái phụ thuộc của TRMS (14)

$$\frac{dx}{dt} = A(x)x + B(x)u$$

Tại $t = k.T_s$

Trong đó: T_s là chu kỳ trích mẫu (đủ nhỏ)

$$x(t) = x_k \text{ với } (k-1)T_s \leq t < kT_s$$

$$u(t) = u_k \text{ với } (k-1)T_s \leq t < kT_s$$

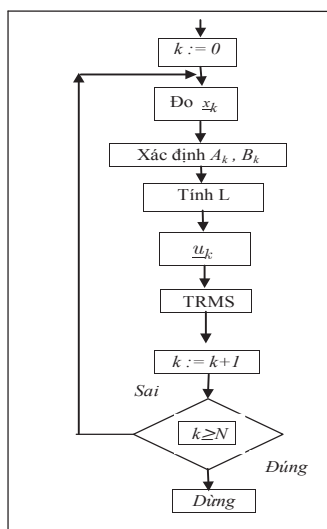
Suy ra:

$$\frac{dx}{dt} = A(x_k)x + B(x_k)u \text{ với } (k-1)T_s \leq t < kT_s$$

Thay $\frac{dx}{dt} = \frac{x_{k+1} - x_k}{T_s}$ ta được:

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + T_s A(x_k) x_k + T_s B(x_k) u_k \\ = [I + T_s A(x_k)] x_k + T_s B(x_k) u_k \\ = \hat{A}(x_k) x_k + \hat{B}(x_k) u_k \\ = A_k x_k + B_k u_k \end{cases} \quad (15)$$

Lưu đồ thuật toán của phương pháp quy hoạch động được biểu diễn trong hình 2.



Hình 2: lưu đồ thuật toán phương pháp quy hoạch động

Kết quả mô phỏng

Bảng 1: các tham số hệ thống

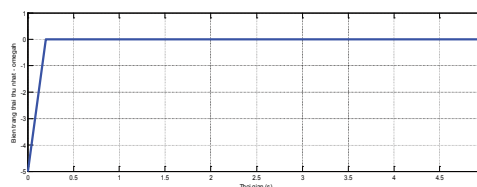
Tham số	Giá trị	Tham số	Giá trị
$l_t (m)$	0,282	$R_a (\Omega)$	8
$l_m (m)$	0,246	$L_a (mH)$	0,86
$l_b (m)$	0,290	$k_{av} \phi_v (Nm/A)$	0,0202
$l_{cb} (m)$	0,276	$J_{mr} (gcm^2)$	1272
$r_{ms} (m)$	0,155	$J_{tr} (gcm^2)$	248
$r_{ts} (m)$	0,100	$B_{tr} (kg m^2/s)$	$2,3 \times 10^{-5}$
$m_{tr} (kg)$	0,221	$B_{mr} (kg m^2/s)$	$4,5 \times 10^{-5}$
$m_{mr} (kg)$	0,236	k_{ih}	$3,6 \times 10^{-7}$
$m_{cb} (kg)$	0,068	k_{iv}	$8,7 \times 10^{-7}$
$m_t (kg)$	0,015	k_{pp}	$1,84 \times 10^{-6}$
$m_m (kg)$	0,014	k_{pn}	$2,20 \times 10^{-7}$
$m_b (kg)$	0,022	k_{fp}	$1,62 \times 10^{-5}$
$m_{ts} (kg)$	0,119	k_{fn}	$1,08 \times 10^{-5}$
$m_{ms} (kg)$	0,219	k_z	$2,6 \times 10^{-5}$
kg	0,2	k_m	2×10^{-4}
$k_{av} \phi_h (Nm/A)$	0,0202		

Chu kỳ trích mẫu và các ma trận trọng số có các thông số:

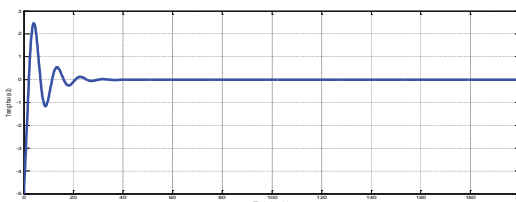
$$T = 0,2, R_k = [0,01 \ 0; 0 \ 0,01],$$

$$Q_k = [10 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0,01 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]$$

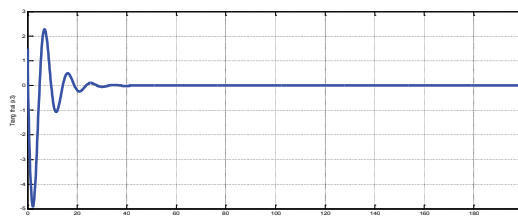
Với mô hình toán của hệ TRMS được xây dựng trong (13) và các tham số của hệ thống như trong bảng 1, lưu đồ thuật toán đưa ra trong hình 2, tiến hành mô phỏng trên Matlab thu được đáp ứng thời gian của các biến trạng thái của hệ TRMS được đưa ra trong các hình từ 3 đến 8 trong [7].



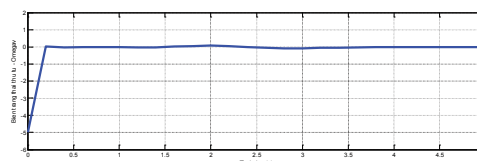
Hình 3: đáp ứng thời gian của biến trạng thái thứ nhất



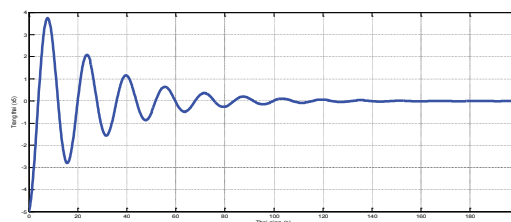
Hình 4: đáp ứng thời gian của biến trạng thái thứ hai



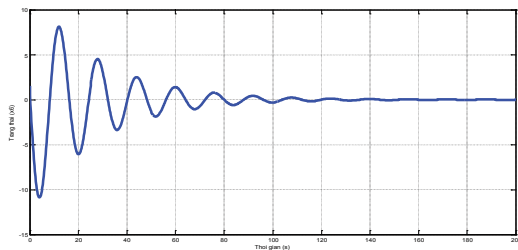
Hình 5: đáp ứng thời gian của biến trạng thái thứ ba



Hình 6: đáp ứng thời gian của biến trạng thái thứ tư



Hình 7: đáp ứng thời gian của biến trạng thái thứ năm

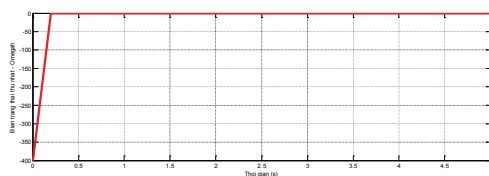


Hình 8: đáp ứng thời gian của biến trạng thái thứ sáu

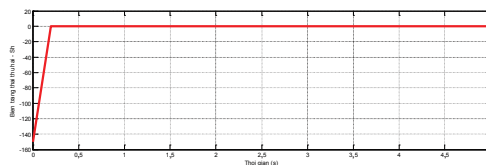
Với thời gian mô phỏng là 5 s, các kết quả mô phỏng cho thấy: biến trạng thái thứ nhất (ω_h) và biến trạng thái thứ tư (ω_v) tiến về 0 ngay ở 0,2 s của quá trình mô phỏng và thỏa mãn điều kiện ràng buộc trạng thái của chúng. Khi thời gian mô phỏng là 200 s, biến trạng thái thứ hai và thứ ba (S_h, α_h) tiến về 0 ở thời điểm khoảng giây thứ 30 và 2 biến trạng thái thứ năm và thứ sáu (S_v, α_v) cũng tiến về 0 ở thời gian mô phỏng khoảng giây thứ 100. Vậy khi cửa sổ dự báo (N_p) tiến ra vô cùng, cả 6 tham số trạng thái của hệ thống TRMS đều tiến dần về 0, điều đó chứng tỏ hệ thống ổn định toàn cục. Tuy nhiên, các biến trạng thái $S_h; S_v; \alpha_h$ và α_v có độ quá điều chỉnh còn khá lớn

cho thấy phương pháp này chưa giải quyết trực tiếp được các điều kiện ràng buộc đầu vào của các biến trạng thái, biến trạng thái thứ năm và thứ sáu có số lần dao động khá nhiều. Nên chúng tôi đề xuất việc thay đổi ma trận trọng số trong hàm mục tiêu như sau: giữ nguyên ma trận R_k và thay đổi giá trị của ma trận trọng

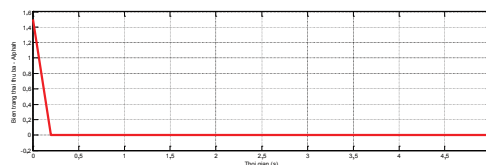
số Q_k theo quy luật $Q_{k+1} = i^2 Q_k$, trong đó $i = 1 \div 2$ nhằm thỏa mãn các điều kiện ràng buộc của các biến trạng thái của hệ thống được đưa ra trong các hình từ 9 đến 14.



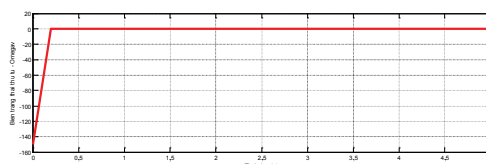
Hình 9: đáp ứng thời gian của biến trạng thái thứ nhất



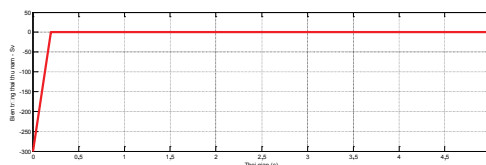
Hình 10: đáp ứng thời gian của biến trạng thái thứ hai



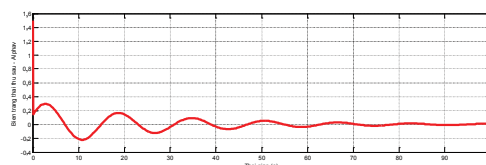
Hình 11: đáp ứng thời gian của biến trạng thái thứ ba



Hình 12: đáp ứng thời gian của biến trạng thái thứ tư



Hình 13: đáp ứng thời gian của biến trạng thái thứ năm



Hình 14: đáp ứng thời gian của biến trạng thái thứ sáu

Nhận xét: với thời gian mô phỏng là 5 s, các kết quả mô phỏng đưa ra trong các hình từ 9 đến 14 cho ta thấy: các biến trạng thái $\omega_h, S_h, \alpha_h, \omega_v$ và S_v đều tiến về 0 ngay ở giây thứ 0,2 trong quá trình mô phỏng và thỏa mãn điều kiện ràng buộc đầu vào và đầu ra của các tham số trạng thái so với chúng mà đã được đưa ra trong các hình từ 3 đến 7. Đặc biệt, tham số trạng thái thứ 6 (α_v), mặc dù chưa tiến về 0 ngay ở những giây đầu tiên của quá trình mô phỏng như các biến trạng thái khác nhưng độ quá điều chỉnh chỉ ở mức từ -0,2 rad đến 0,35 rad so với điều kiện ràng buộc thực tế đầu

ra của đối tượng là -2 rad đến 2 rad.

Kết luận

Bằng phương pháp quy hoạch động của Bellman, chúng tôi đã xây dựng bộ điều khiển dự báo cho hệ thống TRMS để xét tính ổn định của hệ thống khi cửa sổ dự báo là vô hạn. Đồng thời khắc phục được hạn chế của phương pháp này khi đề xuất quy luật thay đổi các ma trận trọng số trong hàm mục tiêu nhằm thỏa mãn các điều kiện ràng buộc của các tham số trạng thái của hệ. Kết quả mô phỏng trên Matlab chứng tỏ hệ thống ổn định toàn cục và cũng giải quyết được các điều kiện ràng buộc, kết quả này cũng chứng minh tính đúng đắn của phương pháp luận đã được xây dựng trong tài liệu [7] và tính hợp lý của quy luật thay đổi ma trận trọng số đã được đề xuất.

Tài liệu tham khảo

[1] Nguyễn Thị Mai Hương, Mai Trung Thái, Đỗ Thị Tú Anh, Lại Khắc Lãi (2014), “Ổn định hóa hệ thống hai cánh quạt nhiều đầu vào nhiều đầu ra dựa trên phương pháp quy hoạch động của Bellman”, *Tạp chí Khoa học và Công nghệ Đại học Thái Nguyên*, **128(14)**, trang

161-165.

[2] Grüne L, Pannek J (2010), “Nonlinear model predictive control”, *Theory and Algorithms*, Springer.

[3] Rahideh A, Shaheed M.H (2007), “Mathematical dynamic modelling of a twin rotor multiple input-multiple output system”, *Proceedings of the IMechE, Part I, Journal of Systems and Control Engineering*, **221**, pp.89-101.

[4] Rahideh A, Shaheed M.H (2011), “State model predictive control for a nonlinear system”, *Journal of the Franklin Institute*, **348**, pp.1983-2004.

[5] Rahideh A, Shaheed M.H (2012), “Constrained output feedback model predictive control for nonlinear systems”, *Control Engineering Practice*, **20**, pp.431-443.

[6] Nguyễn Thị Mai Hương, Mai Trung Thái, Nguyễn Hữu Chinh, Lại Khắc Lãi (2014), “Nghiên cứu ảnh hưởng của các tham số trạng thái trong hệ thống hai cánh quạt nhiều đầu vào nhiều đầu ra”, *Tạp chí Khoa học và Công nghệ Đại học Thái Nguyên*, **6(120)**, trang 87-92.

[7] Đỗ Thị Tú Anh, Nguyễn Doãn Phước (2014), “Ổn định hóa hệ song tuyến liên tục với bộ điều khiển dự báo”, *Tạp chí Khoa học và Công nghệ Đại học Thái Nguyên*, **6(120)**, trang 73-79.