

Nhận diện hàm mật độ xác suất trong đáp ứng phi tuyến của kết cấu với tham số đầu vào ngẫu nhiên

Đặng Công Thuật*

Khoa Xây dựng Dân dụng và Công nghiệp
Trường Đại học Bách khoa, Đại học Đà Nẵng

Ngày nhận bài 19/1/2017, ngày chuyển phản biện 23/1/2017, ngày nhận phản biện 21/2/2017, ngày chấp nhận đăng 26/2/2017

Bài báo trình bày một phương pháp nhận diện hàm mật độ xác suất trong đáp ứng phi tuyến của kết cấu chịu tải trọng động đất với tham số đầu vào ngẫu nhiên. Ở phương pháp này, các đáp ứng động lực học ngẫu nhiên được biểu diễn thông qua phương trình vi phân chuyển động và là hàm số của các tham số ngẫu nhiên. Phương trình tiến hóa hàm mật độ xác suất của các đáp ứng này sẽ được hình thành dựa vào nguyên lý bảo toàn xác suất. Giải phương trình vi phân sẽ cho phép chúng ta xác định được hàm mật độ xác suất của các đáp ứng theo thời gian. Sự chính xác và hiệu quả của phương pháp được chứng minh thông qua 2 ví dụ số, bao gồm hệ một bậc tự do và khung thép phi tuyến. Khi quan sát sự tiến hóa của hàm mật độ xác suất, chúng ta nhận thấy rằng, quy luật phân phối của nó phức tạp và không tuân theo bất kỳ một quy luật thông thường nào đã biết trước đây.

Từ khóa: động đất, động lực học ngẫu nhiên, hàm mật độ xác suất, phi tuyến, sự tiến hóa.

Chỉ số phân loại: 2.1

Identification of probability density function for the nonlinear response of structures with uncertain input

Summary

A method for the identification of the probability density function of nonlinear structures subjected to the earthquake with random input is presented in this paper. In the method, the dynamic response of stochastic nonlinear structures is firstly expressed in a formal solution which is a function of random parameters. The probability density evolution equation (PDEE) is then derived according to the principle of preservation of probability. The solution of this equation can put out the instantaneous probability density function. The accuracy and efficiency of the method are demonstrated by numerical examples, including a SDOF system and a steel frame. The evolution of probability density functions of the stochastic responses is observed, and it is shown that their distribution law is much irregular and far from well-known distribution types.

Keywords: earthquake, evolution, nonlinear, probability density function, stochastic dynamics.

Classification number: 2.1

Giới thiệu

Kết cấu công trình xây dựng (nhà xưởng, cầu cống, cảng biển...), trong quá trình sử dụng bình thường, sẽ chịu tác động của các tải trọng động ngẫu nhiên như tải trọng gió, tải trọng sóng hay tải trọng động đất... Hiện nay, mối quan tâm lớn của các nghiên cứu là làm sao nhận thức rõ về tình trạng chịu lực thực tế (đáp ứng) của kết cấu và tiên lượng được nguy cơ rủi ro của chúng trong điều kiện chịu tác động của thiên tai (gió bão, động đất...) [1, 2].

Do đặc điểm của các tải trọng này là ngẫu nhiên theo thời gian, nên các bài toán dao động được mô hình hóa dựa trên lý thuyết xác suất và quá trình ngẫu nhiên thông qua việc thiết lập và giải các phương trình vi phân ngẫu nhiên phi tuyến. Do kích động là các lực ngẫu nhiên nên các đáp ứng như dịch chuyển, vận tốc cũng có tính chất ngẫu nhiên. Bởi vậy, trong phân tích dao động ngẫu nhiên, kết quả của các đáp ứng được biểu diễn dưới dạng trung bình theo nghĩa xác suất. Hiện có 3 phương pháp chính để giải quyết vấn đề này. Thứ nhất là phương pháp mô phỏng Monte Carlo [3, 4]. Phương pháp này bền vững và mạnh mẽ ở khía cạnh phân tích kết cấu nhưng

*Email: dangconghuat@dut.udn.vn

đòi hỏi thời gian tính toán rất dài. Phương pháp thứ 2 là phương pháp phần tử hữu hạn ngẫu nhiên [5]. Mặc dù những vấn đề về phân tích tĩnh và ổn định kết cấu có thể được giải quyết hiệu quả với phương pháp này, nhưng rất hạn chế trong việc phân tích đáp ứng động lực ngẫu nhiên của kết cấu. Phương pháp thứ 3 là khai triển chuỗi trực giao [6, 7] hiện đang được áp dụng nhiều, tuy nhiên trong trường hợp tăng số lượng biến ngẫu nhiên (BNN) thì chi phí tính toán trở nên quá lớn để đạt được sự xấp xỉ cần thiết trong không gian ngẫu nhiên. Bên cạnh đó, ở các phương pháp trên chỉ có thể tìm thấy giá trị trung bình (mean) và độ lệch chuẩn (standard deviation) các đáp ứng của kết cấu, còn hàm mật độ xác suất (probability density function - PDF) của các đáp ứng thì rất ít trường hợp tìm được nghiệm chính xác, mà điều này lại rất quan trọng để hiểu một cách toàn diện các thông tin xác suất của đáp ứng kết cấu.

Những năm gần đây, một họ các phương pháp tiến hóa hàm mật độ xác suất (Probability Density Evolution Method - PDEM) đã được đề xuất bởi các tác giả Li và Chen [8-10]. Ở phương pháp PDEM, phương trình tiến hóa theo thời gian của hàm mật độ xác suất được hình thành dựa trên nguyên lý bảo toàn xác suất. Từ đó, sự tiến hóa của hàm mật độ xác suất sẽ được xác định chính xác trên toàn miền thời gian. Tuy nhiên, phương pháp này hầu như chưa được áp dụng trong các nghiên cứu ở nước ta hiện nay trong việc phân tích đáp ứng động lực học ngẫu nhiên của kết cấu. Chính vì vậy, trong bài báo này, tác giả trình bày kết quả áp dụng phương pháp PDEM vào việc nhận diện các hàm mật độ xác suất đáp ứng của kết cấu khung thép phi tuyến chịu tải trọng động đất với tham số đầu vào (tải trọng, vật liệu làm kết cấu...) ngẫu nhiên, giúp đưa ra cái nhìn chính xác hơn về tình trạng chịu lực thực tế (đáp ứng) của kết cấu và tiên lượng được nguy cơ rủi ro của chúng trong điều kiện chịu tác động của thiên tai (gió bão, động đất...).

Nội dung của phương pháp PDEM

Phương trình vi phân chuyển động và hàm mật độ xác suất của đáp ứng

Xét hệ kết cấu sau khi rời rạc hóa bằng phương pháp phần tử hữu hạn có n bậc tự do. Phương trình vi phân chuyển động của hệ kết cấu chịu tác động của kích động ngẫu nhiên được biểu diễn như sau:

$$\mathbf{M}(\mathbf{Z})\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}(\mathbf{Z})\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}(\mathbf{Z})\mathbf{X}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{Z}, t) \quad (1)$$

Với điều kiện ban đầu: $\mathbf{X}(t)|_{t=0} = \mathbf{X}_0$ và $\dot{\mathbf{X}}(t)|_{t=0} = \dot{\mathbf{X}}_0$. Trong đó, $\mathbf{X}(t)$, $\dot{\mathbf{X}}(t)$, $\ddot{\mathbf{X}}(t)$ lần lượt là các vectơ có kích thước $n \times 1$ thể hiện các đáp ứng chuyển vị, vận tốc, gia tốc theo thời gian (t); $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{K}$ là các ma trận có kích thước $n \times n$ của khối lượng, cản nhớt, độ cứng; $\mathbf{f}$ là vectơ $n \times 1$ của tải trọng kích động. Vectơ $\mathbf{z}$ gồm n_z tham số ngẫu nhiên đặc trưng cho tính ngẫu nhiên của tải trọng (động đất, gió...) hay tồn tại trong các đặc tính của kết cấu (kích thước, vật liệu...).

Trong trường hợp lực kích động ngẫu nhiên là gia tốc nền của động đất, công thức (1) sẽ trở thành:

$$\mathbf{M}(\mathbf{Z})\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}(\mathbf{Z})\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}(\mathbf{Z})\mathbf{X}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{i}\ddot{a}(\mathbf{Z}, t) \quad (2)$$

Với $\mathbf{i}$ là vectơ đơn vị, thay thế cho chuyển vị đơn vị tại móng so với hướng tác dụng của gia tốc nền; $\ddot{a}(\mathbf{Z}, t)$ là gia tốc nền.

Dựa vào công thức (1) hoặc (2) chúng ta thấy rằng, chuyển vị $\mathbf{X}(t)$ là một quá trình ngẫu nhiên phụ thuộc vào $\mathbf{z}$ và được xác định như sau:

$$\mathbf{X}(t) = -\mathbf{H}(\mathbf{Z}, t) \quad (3)$$

Ở đây, $\mathbf{H}$ là một toán tử xác định, luôn tồn tại và duy nhất. Ở công thức (3) nếu chỉ xét một thành phần $X(t)$ nào đó của vectơ $\mathbf{X}(t) = \{X_1(t), \dots, X_n(t)\}$, ta sẽ có:

$$X(t) = -H(\mathbf{Z}, t) \quad (4)$$

Theo nghiên cứu của các tác giả Li và Chen [8-10], hàm mật độ xác suất hợp $P_{xz}(x, z, t)$ của các BNN X và $\mathbf{Z}$ là nghiệm của phương trình vi phân sau:

$$\frac{\partial p_{xz}(x, z, t)}{\partial t} + \dot{x}(z, t) \frac{\partial p_{xz}(x, z, t)}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

Ở đây, $\dot{X}(z, t)$ chính là vận tốc của đáp ứng $X(t)$ ứng với mỗi lần thực hiện của $\mathbf{Z}$.

Điều kiện ban đầu của phương trình (5) được cho bởi:

$$p_{xz}(x, z, t)|_{t=0} = \delta(x - x_0) p_Z(z) \quad (6)$$

Trong đó, x_0 là giá trị ban đầu tất định của $X(t)$ và $\delta(\bullet)$ là hàm Dirac.

Như vậy, giải phương trình (5) kết hợp với điều kiện ban đầu (6) ta sẽ xác định được hàm mật độ xác suất hợp $p_{xz}(x, z, t)$ và dễ dàng tìm được phân bố xác suất của đáp ứng theo thời gian bởi tích phân sau:

$$p_X(x, t) = \int_{\Omega_Z} p_{xz}(x, z, t) dz \quad (7)$$

Với Ω_z là miền tích phân của các BNN Z .

Để giải phương trình (5) tìm xác suất hợp $P_{xz}(x, z, t)$, các tác giả Li và Chen [8-10] đã đề xuất thuật toán gồm 4 bước được mô tả cụ thể dưới đây.

Thuật toán thực hiện PDEM

Thuật toán để thực hiện phương pháp PDEM là sự kết hợp của (i) phương pháp số để tìm đáp ứng (vận tốc) của kết cấu theo thời gian và (ii) phương pháp sai phân hữu hạn để giải phương trình vi phân, gồm những bước như sau:

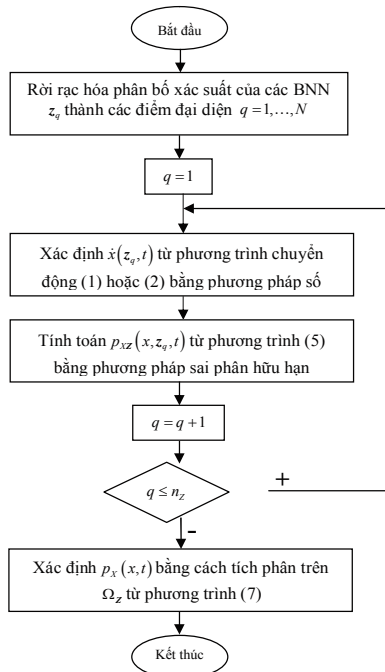
Bước 1: với mỗi BNN z_q của vectơ BNN $Z = \{z_1, \dots, z_q, \dots, z_{n_z}\}$, chúng ta chọn một số điểm đại diện trên miền phân bố của nó.

Bước 2: với mỗi điểm đại diện của BNN z_q , tiến hành phân tích động lực học kết cấu để tìm vận tốc $\dot{X}(z_q, t)$ bằng phương pháp số hoặc bằng các phần mềm phân tử hữu hạn.

Bước 3: giải phương trình vi phân (5) cho trường hợp $Z = z_q$ bằng phương pháp sai phân hữu hạn.

Bước 4: tiến hành tích phân số theo công thức (7) để xác định $P_x(x, t)$.

Các bước này được trình bày bằng sơ đồ thuật toán như hình 1.



Hình 1: thuật toán của phương pháp PDEM

Vi dụ áp dụng

Trong phần này, chúng tôi trình bày 2 ví dụ về việc áp dụng phương pháp PDEM để nhận diện hàm mật độ xác suất. Ở ví dụ thứ nhất, một dao động phi tuyến chịu kích động điều hòa với tần số ngẫu nhiên sẽ được thực hiện với mục đích xác nhận tính đúng đắn của phương pháp PDEM cũng như việc triển khai thuật toán trong phần mềm Matlab, các thông số của ví dụ này được sử dụng từ tài liệu [8]. Trong ví dụ thứ 2, hàm mật độ xác suất của chuyển vị một khung thép phi tuyến chịu tải trọng động đất ngẫu nhiên kết hợp với tham số không chắc chắn của vật liệu sẽ được khảo sát.

Hệ dao động một bậc tự do với tần số ngẫu nhiên

Xét dao động của hệ một bậc tự do không có cản nhớt như sau:

$$\ddot{X}(t) + \Theta^2 X(t) = 0 \quad (8)$$

Với điều kiện ban đầu $X(t)|_{t=0} = X_0$ và

$$\dot{X}(t)|_{t=0} = \dot{X}_0.$$

Đáp ứng của hệ sẽ là:

$$X(t) = X_0 \cos(\Theta t) \quad (9)$$

Với Θ là BNN và giả thiết phân bố đều trong khoản $[\theta_1, \theta_2]$. Như vậy, ta có hàm mật độ xác suất của Θ như sau:

$$f_{\Theta}(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta_2 - \theta_1}, & \text{nếu } \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2 \\ 0, & \text{hoặc ngược lại} \end{cases} \quad (10)$$

Nếu ta đặt $\psi = \Theta t$ thì PDF của BNN ψ sẽ được xác định bởi ánh xạ:

$$f_{\psi}(\psi) = \frac{1}{t} f_{\Theta}\left(\frac{\psi}{t}\right) \quad (11)$$

Như vậy, hàm mật độ xác suất của đáp ứng kết cấu theo thời gian như sau:

$$f_X(x, t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x_0^2 - x^2}} \sum_{k=0}^{\infty} \left[f_{\psi}\left(2k\pi + 2\pi - \cos^{-1}\left(\frac{x}{x_0}\right), t\right) + f_{\psi}\left(2k\pi + \cos^{-1}\left(\frac{x}{x_0}\right), t\right) \right], & \text{nếu } |x| \leq |x_0| \\ 0, & \text{hoặc ngược lại} \end{cases} \quad (12)$$

Bên cạnh đó, các đặc trưng xác suất như kỳ vọng, phương sai (độ lệch chuẩn) của hệ cũng được xác định.

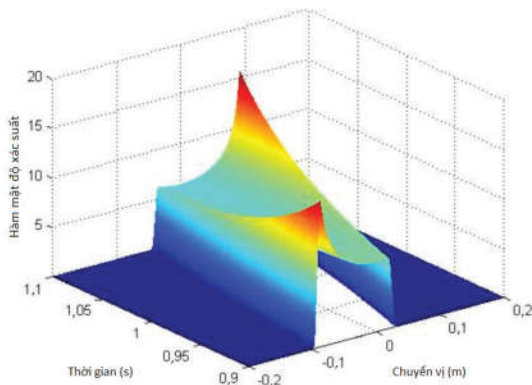
- Kỳ vọng $\mu(X)$:

$$\begin{aligned}\mu_X(t) = E(X) &= \int_{\theta_1}^{\theta_2} x_0 \cos(\theta t) f_{\theta}(\theta) d\theta \\ &= \frac{x_0}{(\theta_2 - \theta_1)t} [\sin(\theta_2 t) - \sin(\theta_1 t)]\end{aligned}\quad (13)$$

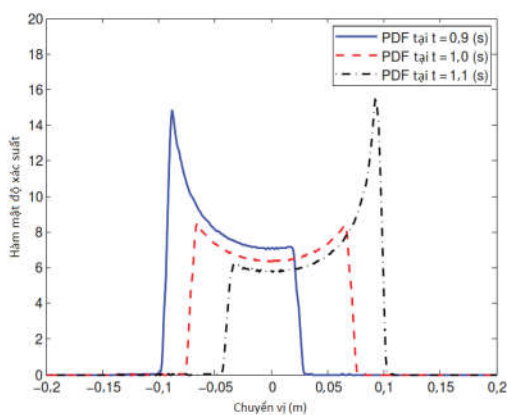
- Phương sai $\sigma^2(X)$:

$$\begin{aligned}\sigma_X^2(t) = E(X - E(X))^2 &= \frac{x_0^2}{(\theta_2 - \theta_1)t} \left[\frac{(\theta_2 - \theta_1)t}{2} + \frac{\sin(2\theta_2 t) - \sin(2\theta_1 t)}{4} \right] \\ &\quad - \left[\frac{x_0}{(\theta_2 - \theta_1)t} [\sin(\theta_2 t) - \sin(\theta_1 t)] \right]^2\end{aligned}\quad (14)$$

Mặt khác, áp dụng phương pháp PDEM đã mô tả ở trên, chúng ta có thể xác định được mật độ xác suất của chuyển vị theo thời gian và được biểu diễn ở các hình 2 và 3.



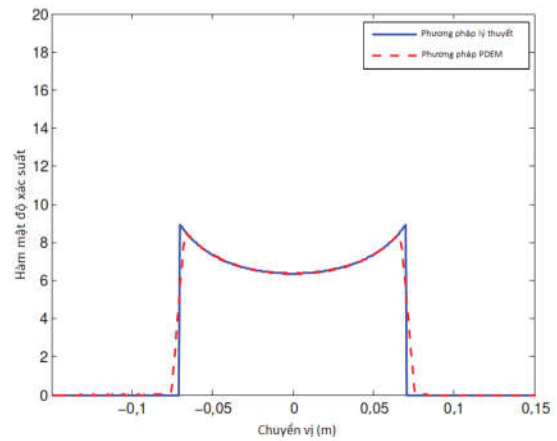
Hình 2: mật độ xác suất theo thời gian



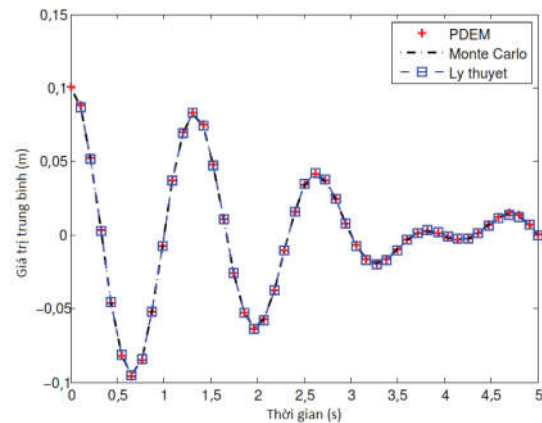
Hình 3: mật độ xác suất tại các thời điểm

Hình 4 và 5 mô tả kết quả so sánh các hàm mật độ xác suất, giá trị trung bình và độ lệch chuẩn tương ứng của 3 phương pháp: lý thuyết (giải tích), mô phỏng Monte Carlo và PDEM. Dễ dàng nhận thấy rằng, kết

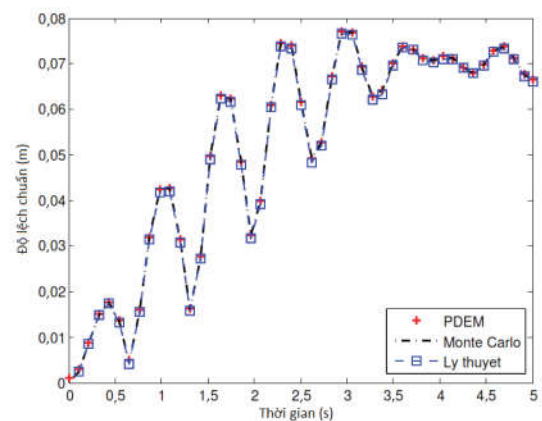
quả của phương pháp PDEM là chính xác và trùng khớp với phương pháp lý thuyết (xác định từ các công thức (12), (13) và (14)) và mô phỏng Monte Carlo.



Hình 4: so sánh kết quả lý thuyết và phương pháp PDEM tại thời điểm $t = 1$ s



a) Giá trị trung bình



b) Giá trị độ lệch chuẩn

Hình 5: kết quả chuyển vị trung bình và độ lệch chuẩn tương ứng

Khung thép phi tuyến chịu tác động của động đất

Tải trọng động đất:

Tải trọng động đất trong ví dụ này được sử dụng

từ nguồn dữ liệu động đất đã được phát triển cho dự án FEMA SAC (SEAOC-ATC-CUREe) [11] và đã được sử dụng trong nghiên cứu của Yi và cộng sự [12]. Những gia tốc lịch sử thời gian này đã được ghi lại từ các trận động đất thực tế ở Los Angeles (Hoa Kỳ) và từ mô phỏng vật lý, với một số điều chỉnh tuyến tính. Bộ gia tốc nền gồm có 60 gia tốc chia thành 3 nhóm (mỗi nhóm bao gồm 20 bản ghi gia tốc) với xác suất lặp lại 50 năm tương ứng là 50%, 10% và 2%. Trong ví dụ này chỉ sử dụng 20 gia tốc được liệt kê trong bảng 1.

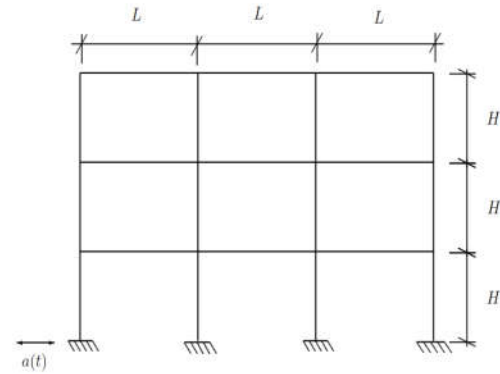
Bảng 1: thông tin các trận động đất

STT	Trận động đất	Độ lớn magnitude	PGA (cm/s ²)
1	Imperial Valley, 1940, El Centro	6,9	452,03
2	Imperial Valley, 1940, El Centro	6,9	662,88
3	Imperial Valley, 1979, Array #05	6,5	386,04
4	Imperial Valley, 1979, Array #05	6,5	478,65
5	Imperial Valley, 1979, Array #06	6,5	295,69
6	Imperial Valley, 1979, Array #06	6,5	230,08
7	Landers, 1992, Barstow	7,3	412,98
8	Landers, 1992, Barstow	7,3	417,49
9	Landers, 1992, Yermo	7,3	509,70
10	Landers, 1992, Yermo	7,3	353,35
11	Loma Prieta, 1989, Gilroy	7,0	652,49
12	Loma Prieta, 1989, Gilroy	7,0	950,93
13	Northridge, 1994, Newhall	6,7	664,93
14	Northridge, 1994, Newhall	6,7	644,49
15	Northridge, 1994, Rinaldi RS	6,7	523,30
16	Northridge, 1994, Rinaldi RS	6,7	568,58
17	Northridge, 1994, Sylmar	6,7	558,43
18	Northridge, 1994, Sylmar	6,7	801,44
19	North Palm Springs, 1986	6,0	999,43
20	North Palm Springs, 1986	6,0	967,61

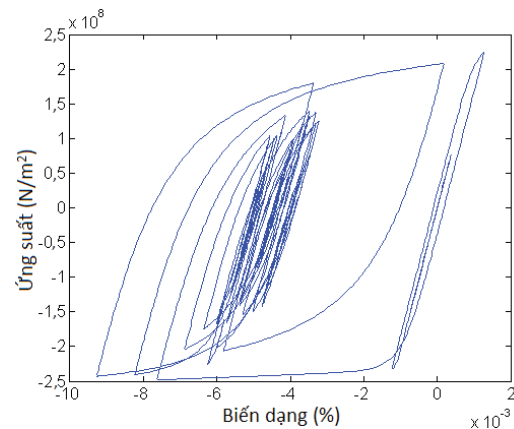
Để tăng tính ngẫu nhiên của tải trọng động đất, gia thiết gia tốc đỉnh (Peak of Ground Acceleration - PGA) của bộ 20 gia tốc này tuân theo quy luật phân phối xác suất log-normal.

Mô hình kết cấu:

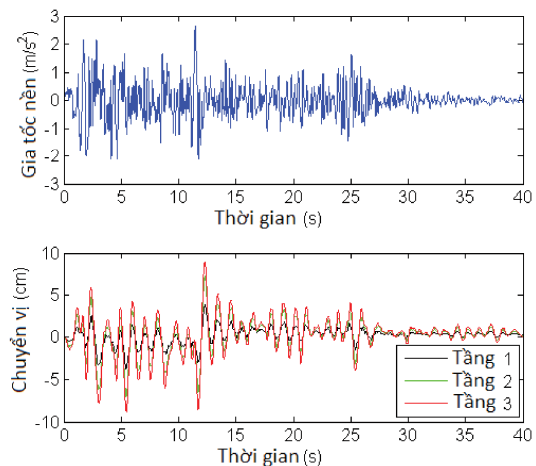
Kết cấu khung phẳng bằng thép gồm có 3 tầng và 3 nhịp, với kích thước như sau: chiều cao tầng $H = 3$ m, nhịp $L = 5$ m. Vật liệu thép có tính chất phi tuyến tính theo mô hình Giuffre-Menegotto-Pinto [13]. Minh họa kết cấu được thể hiện trong hình 6.



a) Khung thép 3 tầng, 3 nhịp



b) Quan hệ phi tuyến giữa ứng suất và biến dạng
Hình 6: mô hình kết cấu



Hình 7: minh họa gia tốc nền và chuyển vị các tầng của kết cấu

Giá trị tiếp tuyến mô đun đàn hồi ban đầu (*initial elastic tangent*) của thép $E_0 = 205.000$ MPa, cường độ đàn hồi $F_y = 235$ Mpa và tỷ lệ tăng bền biến dạng (*strain hardening ratio*) là 0,01. Đáp ứng của kết cấu được xác định từ mô phỏng số bằng phần mềm phần tử hữu hạn OpenSees [13] và được minh họa ở hình 7.

BNN và lựa chọn các điểm rời rạc:

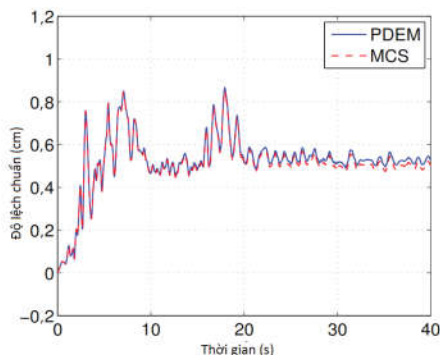
Như đã giới thiệu ở trên, chúng ta sử dụng 20 gia tốc nền, nếu gọi S là sự kiện xuất hiện một gia tốc nền trong tập hợp 20 gia tốc nền ở trên thì S là một BNN phân bố đều và có hàm mật độ xác suất $p_s(s) = \frac{1}{20} = 0,05$;

kết hợp với quy luật phân phối xác suất của gia tốc đỉnh (ký hiệu là A) được giả thiết tuân theo quy luật log-normal với giá trị trung bình (mean) $\mu_A = 2,4 \text{ m/s}^2$ và độ lệch chuẩn (standard deviation) $\sigma_A = 0,4 \text{ m/s}^2$. Mặt khác, tham số mô đun đàn hồi E_0 cũng được xem xét như là một BNN đầu vào khi kể đến tính ngẫu nhiên của vật liệu làm kết cấu và E_0 được giả thiết tuân theo quy luật phân bố chuẩn với giá trị trung bình $\mu_{E_0} = 205.000 \text{ Mpa}$ và độ lệch chuẩn $\sigma_{E_0} = 20.500 \text{ Mpa}$. Như vậy, vectơ BNN sẽ bao gồm 3 BNN $\mathbf{Z} = \{S, A, E_0\}$.

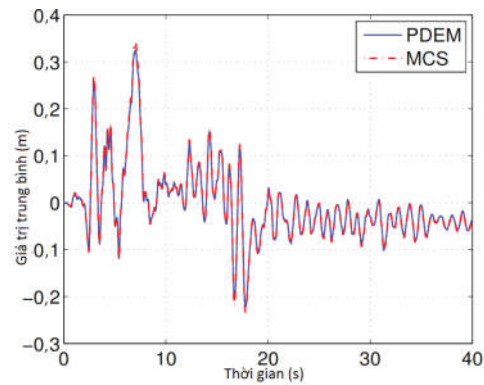
Trong phương pháp PDEM, các BNN này phải được rời rạc hóa thành các điểm đại diện với các mật độ xác suất tương ứng, theo kinh nghiệm của Li và Chen [8, 10], trong trường hợp có 3 BNN thì tích số của các điểm đại diện của 3 BNN này cần phải có ít nhất từ 250-600. Trong ví dụ này, với 20 điểm của BNN S chúng ta dự kiến rời rạc hóa mỗi BNN A và E_0 thành 7 điểm, vậy ta có $20 \times 7 \times 7 = 980 > 600$ nên thỏa mãn yêu cầu.

Kết quả phân tích động lực học:

Ở đây, chúng ta sẽ sử dụng phương pháp PDEM và phương pháp mô phỏng Monte Carlo (Monte Carlo Simulation - MCS) để phân tích đáp ứng động lực học của khung thép phi tuyến chịu tải trọng động đất. Trong đó, đối với phương pháp PDEM, sẽ thực hiện 980 lần phân tích đáp ứng động lực học của kết cấu tương ứng với 980 điểm mô tả ở trên; còn đối với Monte Carlo sẽ thực hiện với 1×10^5 lần mô phỏng.



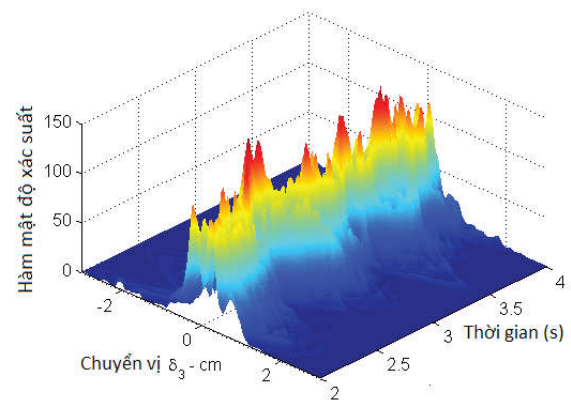
a) Giá trị trung bình



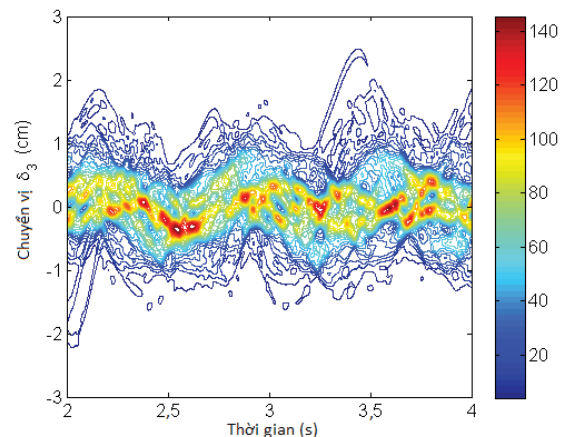
b) Giá trị độ lệch chuẩn

Hình 8: kết quả chuyển vị tương đối δ_3

Đáp ứng động lực học ngẫu nhiên của kết cấu được xem xét là chuyển vị tương đối giữa tầng 3 và tầng 2 (ký hiệu là $\delta_3(t)$). Hình 8 thể hiện kết quả đạt được của giá trị trung bình và độ lệch chuẩn của chuyển vị tương đối $\delta_3(t)$ theo phương pháp PDEM và MCS cho thấy, kết quả của phương pháp PDEM rất phù hợp với phương pháp mô phỏng Monte Carlo. Điều này khẳng định tính chính xác của phương pháp PDEM.

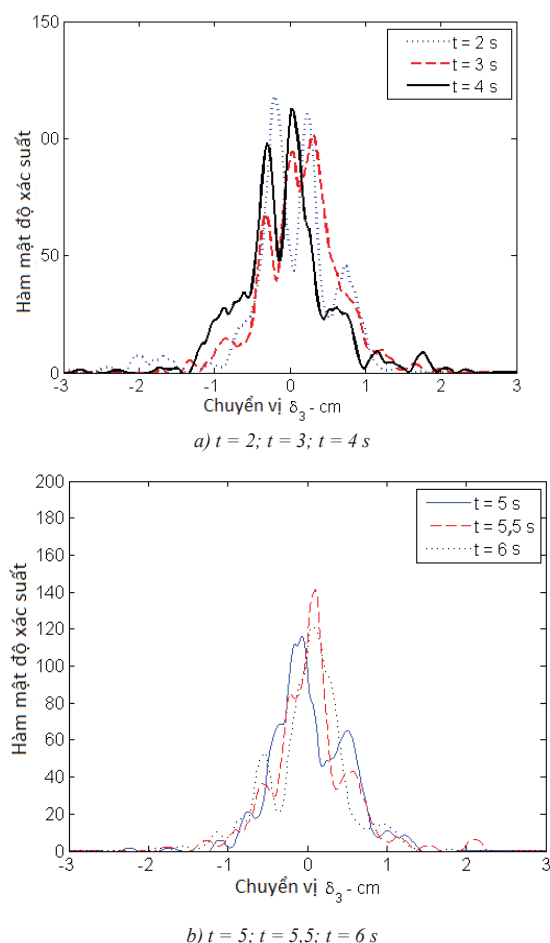


a) Mật độ xác suất theo không gian



b) Mật độ xác suất theo đường đồng mức

Hình 9: sự tiến hóa mật độ xác suất của δ_3



Hình 10: mật độ xác suất của δ_3 tại các thời điểm khác nhau

Bên cạnh đó, có thể dễ dàng xác định mật độ xác suất của đáp ứng kết cấu trên toàn miền thời gian hoặc bất kỳ thời điểm nào trên miền đó, kết quả thể hiện ở hình 9 và 10. Như vậy, tại một thời điểm nhất định ($t = 2; t = 3; t = 4 \dots$), phân bố mật độ xác suất của δ_3 rất phức tạp, không tuân theo bất kỳ quy luật phổ biến nào, nó có rất nhiều đỉnh (peak) ở trên hàm mật độ xác suất.

Kết luận

Bài báo trình bày kết quả nghiên cứu nhận diện hàm mật độ xác suất đáp ứng kết cấu chịu tải trọng động đất với các tham số đầu vào ngẫu nhiên dựa vào phương pháp tiến hóa hàm mật độ xác suất. Thuật toán để thực hiện phương pháp PDEM là sự kết hợp của phương pháp số và phương pháp sai phân hữu hạn. Sự

chính xác của phương pháp PDEM và chương trình Matlab được xác nhận thông qua việc xét một dao động không cân nhắc với tần số ngẫu nhiên và kết cấu khung thép phi tuyến. Với phương pháp PDEM có thể xác định được hàm mật độ xác suất các đáp ứng (chuyển vị đỉnh, chuyển vị tương đối...) trên toàn miền thời gian. Khi đó, nếu quan sát tại một thời điểm nhất định, hàm mật độ xác suất này không tuân theo một quy luật phân bố xác suất nào đã biết. Vì vậy, điều này có thể ảnh hưởng đến sai số trong các bài toán phân tích độ tin cậy nếu chúng ta giả thiết hàm mật độ này sẽ tuân theo một quy luật cho trước, ví dụ như normal, log-normal... Đây cũng chính là chủ đề được tác giả quan tâm trong các nghiên cứu tiếp theo.

Tài liệu tham khảo

- [1] M. Lemaire, A. Chateaufort, and J.C. Mitteau (2005), *Fiabilité des structures: couplage mécano-fiabiliste statique*, Hermès Science Publications.
- [2] A. Preumont (1990), "Vibrations aléatoires et analyse spectrale", PPUR presses polytechniques.
- [3] C.J. Astill, S.B. Imosseir, and M. Shinozuka (1972), "Impact loading on structures with random properties", *J. Struct. Mech.*, **1**(1), pp.63-77.
- [4] F.J. Wall and C.G. Bucher (1987), "Sensitivity of expected exceedance rate of SDOF-system response to statistical uncertainties of loading and system parameters", *Probabilistic Eng. Mech.*, **2**(3), pp.138-146.
- [5] M. Kleiber and T.D. Hien (1992), *The stochastic finite element method: basic perturbation technique and computer implementation*, Wiley.
- [6] R. Ghanem and P.D. Spanos (1990), "Polynomial chaos in stochastic finite elements", *J. Appl. Mech.*, **57**(1), pp.197-202.
- [7] H. Jensen and W.D. Iwan (1992), "Response of systems with uncertain parameters to stochastic excitation", *J. Eng. Mech.*, **118**(5), pp.1012-1025.
- [8] J. Li and J.B. Chen (2004), "Probability density evolution method for dynamic response analysis of structures with uncertain parameters", *Comput. Mech.*, **34**(5), pp.400-409.
- [9] J.B. Chen and J. Li (2005), "Dynamic response and reliability analysis of non-linear stochastic structures", *Probabilistic Eng. Mech.*, **20**(1), pp.33-44.
- [10] J. Li and J.B. Chen (2006), "The probability density evolution method for dynamic response analysis of non-linear stochastic structures", *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **65**(6), pp.882-903.
- [11] S.J. Venture (1997), "Develop suites of time histories", *Proj. Task: 5.4.1*, Draft Report, Sacramento, C.A.
- [12] J.H. Yi, S.H. Kim, and S. Kushiyaama (2007), "PDF interpolation technique for seismic fragility analysis of bridges", *Eng. Struct.*, **29**(7), pp.1312-1322.
- [13] S. Mazzoni, F. McKenna, M.H. Scott, G.L. Fenves, and others (2006), "OpenSees command language manual", *Pac. Earthq. Eng. Res. PEER Cent.*