

# Các quá trình có ma sát của khí lý tưởng

TS NGUYỄN MẠNH THƯỜNG

ThS NGUYỄN VĂN HẢI

Trường Đại học Hàng hải Việt Nam

Các quá trình nhiệt động được xét trong môn học Nhiệt kỹ thuật chủ yếu là các quá trình cân bằng (không có ma sát trong). Các tài liệu [1, 3] xét các quá trình có ma sát đối với khí lý tưởng, tuy nhiên chưa cụ thể cho các trường hợp khác nhau (như dòng chất lỏng không sinh công ngoài) và chưa cho biết cách xác định tổn thất công cho ma sát trong thực tế. Bài báo này sẽ góp phần bổ sung vấn đề nêu trên.

## PROCESSES WITH FRICTION OF IDEAL GASES

Summary

**Thermodynamic processes researched in thermal engineering are basically in equilibrium (without internal friction). In [1, 3], the processes with friction for ideal gases were presented, but not detailly and sufficiently enough for different cases (such as for flows without external work) and did not show the way of determining lost work energy for friction in practice. The aim of this article is to consider these problems.**

### Đặt vấn đề

Trong nhiệt động học cơ sở chủ yếu xét các quá trình cân bằng, trong đó không có các tổn thất công do tính không thuận nghịch. Các quá trình thực tế đều là các quá trình không thuận nghịch, cho nên, công thực tế mà chất công tác thực hiện được nhỏ hơn so với công lý thuyết ở quá trình thuận nghịch. Để xét tới ảnh hưởng do không thuận nghịch, người ta sử dụng khái niệm *hiệu suất trong tương đối* và tính công thực tế hệ thực hiện được bằng tích công của quá trình thuận nghịch với hiệu suất trong tương đối này. Tuy vậy, biện pháp này không cho phép xác định các đại lượng năng lượng như: nội nhiệt năng  $U$ , entanpi  $I$  ở các trạng thái trung gian, nhiệt lượng trao đổi  $Q$  cũng như cho biết mối quan hệ của các thông số trạng thái ở đầu và cuối quá trình nhiệt động (khi trạng thái cân bằng được thiết lập).

Trong [1, 3] đã xét tới các vấn đề nêu trên, nhưng chưa cụ thể và đầy đủ cho các trường hợp khác nhau cũng như chưa cho biết cách xác định tổn hao công trong thực tế bằng phương pháp giải tích. Bài báo trình bày cách xác định hiệu suất của quá trình và tổn thất công trong quá trình thực tế.

### Nội dung nghiên cứu

Trong tính toán thực tế, người ta thường tính công thực tế ( $l_i$  hay còn gọi là công chỉ thị) bằng tích của công trong quá trình thuận nghịch ( $l_\infty$ ) với hiệu suất trong tương đối  $\eta_{oi}$ :

$$l_i = \eta_{oi} \cdot l_\infty \quad (1)$$

và chỉ có thể biểu diễn được quá trình thuận nghịch trên đồ thị trạng thái, đường này không đi qua các trạng thái trung gian thực tế mà hệ trải qua.

Trong thực tế, ngoài việc xác định công và nhiệt của quá trình, đôi khi còn quan tâm tới các thông số trạng thái của chất công tác ở những điểm đặc biệt (nhiệt độ và áp suất chất công tác cuối quá trình nén). Theo cách xét trên thì không thoả mãn được các yêu cầu này.

Để xét tới ma sát (trong và ngoài), ta giả sử phần công được chuyển thành năng lượng ở dạng nhiệt là  $l_{ms}$ , và có:

$$l_{ms} = q_{ms}, \text{ hay } dl_{ms} = \delta q_{ms} \quad (a)$$

trong đó,  $q_{ms}$  là nhiệt lượng do ma sát sinh ra.

Với các ký hiệu như vậy, ta có thể viết các dạng phương trình Định luật nhiệt động I cho các quá trình không thuận nghịch như sau:

$$\text{- Với hệ kín: } \delta q = du + \delta l_{dn} \quad (b)$$

$$\text{- Với hệ hở: } \delta q = di + \delta l_{kt} \quad (b')$$

Bổ sung (a) vào hai vế của (b) và (b'), trong đó ký hiệu các đại lượng tương ứng với quá trình trong dòng chảy có dấu phẩy trên, thu được các phương trình tương ứng cho hệ kín và hở như sau:

$$\delta q + \delta q_{ms} = du + \delta l_{dn} + dl_{ms} \quad (c)$$

$$\delta q + \delta q'_{ms} = di + \delta l_{kt} + dl'_{ms} \quad (c')$$

Tổng  $\delta l_{dn} + dl_{ms}$  và  $\delta l_{kt} + dl'_{ms}$  là tổng toàn bộ công ngoài hệ có thể sinh ra trong quá trình thuận nghịch, trong đó, nhiệt lượng riêng hệ nhận từ môi trường bằng  $\delta q + \delta q_{ms}$  hoặc  $\delta q + \delta q'_{ms}$  một cách tương ứng. Do đó, trong các quá trình này có thể coi:

$$\delta l_{dn} + dl_{ms} = Pdv \quad (d)$$

$$\delta l_{kt} + dl'_{ms} = -vdP \quad (d')$$

trong đó,  $P$  và  $v$  sẽ là các thông số trạng thái thực ở trạng thái cân bằng trung gian (nếu như chế độ này kịp thời được thiết lập) vì giả thiết các quá trình này là quá trình thuận nghịch.

Như vậy, có thể viết:

$$\delta q + \delta q_{ms} = du + Pdv \quad (e)$$

$$\delta q + \delta q'_{ms} = di - vdP \quad (e')$$

Ta định nghĩa hiệu suất của quá trình dẫn nở là

$$\eta = \frac{\delta l_{dn}}{Pdv} = \frac{Pdv - \delta l_{ms}}{Pdv} = 1 - \frac{\delta l_{ms}}{Pdv} \quad (f)$$

$$\eta' = \frac{\delta l_{kt}}{-vdP} = \frac{-vdP - \delta l_{ms}}{-vdP} = 1 - \frac{\delta l_{ms}}{-vdP} \quad (f')$$

Đối với các quá trình nén (tiêu thụ công), công tiêu thụ thực tế lớn hơn công lý thuyết một lượng bằng công ma sát, do đó ta định nghĩa lại là:

$$\eta = \frac{Pdv}{\delta l_{dn}} \text{ hoặc } \eta' = \frac{-vdP}{\delta l_{kt}} \quad (g)$$

Các định nghĩa trên phải đảm bảo giá trị hiệu suất nằm trong khoảng từ 0 đến 1.

Dựa trên cơ sở các định nghĩa trên, ta có thể viết lại các phương trình (b) và (b') tương ứng như sau:

- Đối với quá trình sinh công dương (dãn nở):

$$\delta q = du + \eta Pdv \quad (h)$$

$$\delta q = di - \eta' vdP \quad (h')$$

- Đối với các quá trình tiêu thụ công (nén):

$$\delta q = du + Pdv/\eta \quad (i)$$

$$\delta q = di - vdP/\eta' \quad (i')$$

Các phương trình (h)...(i) đảm bảo thỏa mãn điều kiện: công hệ thực hiện được nhỏ hơn so với công quá trình thuận nghịch và tiêu thụ công thì lớn hơn.

Cần lưu ý rằng,  $Pdv$  hoặc  $-vdP$  là công quá trình thuận nghịch phân tố, trong đó nhiệt lượng riêng chất công tác trao đổi với môi trường bằng  $\delta q + \delta q_{ms}$ . Nó khác với công lý thuyết (tối đa) của quá trình mà nhiệt lượng trao đổi chỉ là  $\delta q$ , do vậy, định nghĩa  $\eta$  như trên sẽ khác với khái niệm *hiệu suất trong tương đối* như công thức (1).

Giả sử trong một quá trình đa biến có thể xác định được các thông số trạng thái cơ bản ở đầu và cuối quá trình cũng như nhiệt dung riêng trung bình (do đo được  $q$  ngoài, nên:  $c_n = q/\Delta T$ ) thì từ các phương trình (h)... (i') ta có thể xác định được hiệu suất cũng như công trao đổi thực tế của quá trình này. Lần lượt xét cho các trường hợp khác nhau như sau:

### Quá trình có ma sát ở hệ kín

Với quá trình dãn nở, ta có:

$$\delta q = c_n dT = du + \eta Pdv = c_v dT + \eta \frac{RTdv}{v}$$

hay

$$\frac{c_n - c_v}{R} \frac{dT}{T} = \eta \frac{dv}{v}$$

hay

$$\frac{c_n - c_v}{R} \ln T - \eta \ln v = \text{const}$$

và cuối cùng thu được:

$$T_V^{-\frac{\eta R}{c_n - c_v}} = \text{const}$$

Từ đó có mối quan hệ giữa P và v:

$$P_V^{1 - \frac{\eta R}{c_n - c_v}} = \text{const}$$

hay, số mũ đa biến bằng:

$$n = 1 - \frac{\eta R}{c_n - c_v} \quad (2)$$

Sự khác biệt ở đây so với công thức đã biết về mối quan hệ giữa  $n$  và  $c_n$  [3] là: ngoài  $c_n$  ra thì  $n$  còn phụ thuộc vào  $\eta$  của quá trình. Ta thấy, khi quá trình thuận nghịch  $\eta = 1$ , thì  $n = (c_n - c_p)/(c_n - c_v)$  như đã biết.

Đối với quá trình là đoạn nhiệt thuận nghịch,  $c_n = 0$ ;  $\eta = 1$ , và vì  $c_v = R/(k-1)$  nên  $n = k$ .

Với quá trình đoạn nhiệt không thuận nghịch,  $c_n = 0$ ,  $\eta < 1$ . Thay vào (2) được:

$$n = 1 + \frac{\eta R}{c_v} = 1 + \eta(k-1)$$

So sánh giá trị này với số mũ đoạn nhiệt  $k$ , dễ thấy  $n < k$  vì từ biểu thức cuối có thể viết thành  $n-k = (1-\eta)(1-k) < 0$  (nhờ  $\eta < 1$  và  $k > 1$ ). Do đó, đường đoạn nhiệt không thuận nghịch sẽ không dốc bằng đường đoạn nhiệt thuận nghịch do phần nhiệt sinh ra bởi ma sát làm tăng nội năng của môi chất.

Đối với quá trình nén, ta cũng thu được kết quả tương tự, nhưng phải thay  $\eta$  ở biểu thức trên bằng  $1/\eta$ , do đó, số mũ đa biến quá trình nén

$$n = 1 - \frac{R}{(c_n - c_v)\eta} \quad (3)$$

**Quá trình có ma sát trong dòng chảy có sinh công ngoài**

Với quá trình giảm áp (sinh công dương), ta có:

$$n = \frac{c_n - c_p}{c_n - c_p + \eta' R} \quad (4)$$

Từ (4) cũng thấy rằng, khi quá trình thuận nghịch,  $\eta' = 1$ , thì  $n = (c_n - c_p)/(c_n - c_v)$  hay khi quá trình là đoạn nhiệt thuận nghịch thì  $n = k$ , còn với quá trình đoạn nhiệt không thuận nghịch thì  $n < k$ .

Đối với các quá trình nén, ta phải thay  $\eta'$  ở (4) bằng  $1/\eta'$ , và có:

$$n = \frac{c_n - c_p}{c_n - c_p + R/\eta'} \quad (5)$$

Bằng cách đặt vấn đề như trên, có thể thiết lập được mối quan hệ trực tiếp giữa số mũ đa biến  $n$  với hiệu suất  $\eta$  của quá trình mà không cần biết các đại lượng  $v = \delta q / P dv$  hay  $v' = \delta q / v dP$  như [1].

Ta xét một ví dụ đơn giản để minh họa như sau: dòng khí trước khi vào tua bin có thông số  $P_1 = 7$  bar,  $T_1 = 750$  K, ra khỏi tua bin có  $P_2 = 1$  bar,  $T_2 = 450$  K. Giả sử chất công tác là khí lý tưởng có  $c_p = 1,02$  kJ/kg, số mũ đoạn nhiệt  $k=1,4$ . Tính công chỉ thị riêng của tua bin, hiệu suất trong tương đối của quá trình và nhiệt do ma sát sinh ra?

Giải: từ các thông số đầu cuối, ta xác định được số mũ đa biến của quá trình:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}},$$

$$\text{hay } \frac{n-1}{n} = \frac{\ln(T_2/T_1)}{\ln(P_2/P_1)} = \frac{\ln(450/750)}{\ln(1/7)} = 0,26251,$$

rút ra:  $n = 1,356$ .

Sử dụng công thức (4), trong đó thay  $c_n=0$  (quá trình dẫn nở trong tua bin là quá trình đoạn nhiệt), ta được:

$$n = \frac{-c_p}{-c_p + \eta' R},$$

suy ra:  $\eta' = (c_p - c_p/n)/(c_p - c_p/k) = (1,02 - 1,02/1,356)/(1,02 - 1,02/1,4) = 0,91888$ .

Công lý thuyết của quá trình thuận nghịch có kể đến nhiệt ma sát tỏa ra sẽ bằng:

$$l_{tr} = - \int v dP = \frac{nR}{1-n} (T_2 - T_1) = 1,356/0,356 * (1,02 - 1,02/1,4) * 300 = 333,01$$

(kJ/kg).

Công thực tế sinh ra:  $l_i = l_{kt}\eta' = 333,01 \cdot 0,91888 = 306$  (kJ/kg).

Nhiệt do ma sát sinh ra:  $q_{ms} = 333,01 - 306 = 27,01$  (kJ/kg).

Công của quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch trong tua bin với các thông số áp suất đầu cuối như trên sẽ là:

$$l_{\infty} = \frac{kRT_1}{1-k} \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = 326,26 \text{ kJ/kg,}$$

và nhiệt độ ra trong trường hợp này chỉ là  $T_2' = 430,13 \text{ K}$ , hiệu suất trong tương đối theo (1) bằng:

$$\eta_{oi} = 306/326,3 = 0,93779.$$

### **Quá trình có ma sát trong dòng chảy không sinh công ngoài**

Đối với trường hợp dòng chất công tác không sinh công ngoài (chảy trong ống, qua các thiết bị trao nhiệt, phin lọc...), do có các tổn thất công (do ma sát và chuyển động rối) thì công dịch đẩy một phần chuyển thành nhiệt và gây ra sụt áp vì ma sát. Để thành lập được biểu thức tính hiệu suất của quá trình một cách thích hợp (bảo đảm  $0 < \eta < 1$ ), ta phân thành các trường hợp: đoạn nhiệt, nhận nhiệt và nhả nhiệt.

Theo Định luật I cho dòng chảy không sinh công ngoài (bỏ qua động năng và thế năng áp suất):  $\delta q = di$ .

Nếu bỏ qua động năng thì phần tổn thất công kỹ thuật bằng công khắc phục ma sát, vì vậy:

$$-\delta l_{ms} = \delta q_{ms} = -vdP \quad (6)$$

phải luôn có giá trị dương.

Đối với trường hợp chất công tác *nhận nhiệt*, trong đó thế năng áp suất hệ tăng,  $-\Delta(Pv) = -(P_2v_2 - P_1v_1) < 0$ , tức một phần nhiệt năng bên ngoài được chuyển thành năng lượng đẩy (năng lượng ở dạng có thể chuyển thành công cơ hoàn toàn). Phần năng lượng này đối với quá trình thuận nghịch sẽ có giá trị lớn hơn vì không có tổn thất thủy lực, do đó, ta định nghĩa hiệu suất của quá trình bằng tỷ số công thu được thực tế trên công lý thuyết:

$$\eta = \frac{d(Pv)}{d(Pv) - vdP} = \frac{1}{1 - \frac{vdP}{d(Pv)}} \quad (7)$$

Từ (7) suy ra:

$$-\frac{vdP}{d(Pv)} = \frac{1-\eta}{\eta} \quad (8)$$

Từ (8), đối với khí lý tưởng ta có:

$$\frac{dT}{T} + \frac{\eta}{1-\eta} \frac{dP}{P} = 0 \quad \text{hay} \quad T \cdot P^{\frac{\eta}{1-\eta}} = C \quad \text{và so sánh với}$$

biểu thức đã biết  $T \cdot P^{\frac{1-n}{n}} = C$ , suy ra:  $n = 1 - \eta$

Như vậy, trong trường hợp này, nếu quá trình thuận nghịch hoàn toàn, hiệu suất  $\eta=1$ , thì quá trình là đẳng áp. Với các quá trình thực tế,  $0 < \eta < 1$ , thì khi hiệu suất quá trình càng giảm,  $n$  càng tăng, tức sụt áp càng tăng (trên đồ thị  $P-v$ , đường quá trình càng dốc so với đường đẳng áp, nhưng luôn thoải hơn đường đẳng nhiệt).

Trong trường hợp thứ hai (*nhả nhiệt*), toàn bộ công tiêu thụ cần thiết là  $-\Delta(Pv) = -(P_2v_2 - P_1v_1)$  luôn dương nếu bỏ thay đổi động năng và thế năng. Công tiêu thụ cho quá trình thuận nghịch có giá trị nhỏ hơn. Do vậy, ở đây ta định nghĩa hiệu suất của quá trình (tỷ số công tiêu thụ lý thuyết trên công tiêu thụ trong thực tế), bằng:

$$\eta = 1 - \frac{vdP}{d(Pv)} \quad (9)$$

để sao thỏa mãn điều kiện  $0 < \eta < 1$ . Từ đó có:

$$-\frac{vdP}{d(Pv)} = \eta - 1 \quad (10)$$

Biến đổi tương tự như trên thu được biểu thức quan hệ giữa số mũ đa biến  $n$  với  $\eta$ :

$$n = \frac{\eta - 1}{\eta} \quad (11)$$

Sử dụng công thức (11) cho phép ta dựng được đồ thị của quá trình biến đổi trạng thái trong các thiết bị trao đổi nhiệt nếu biết hệ số  $\eta$ , trong đó  $n < 0$ , tức không phải là quá trình đẳng áp như ở các quá trình không ma sát. Vì

$\eta \leq 1$ , nếu quá trình tiến tới thuận nghịch  $\eta \rightarrow 1$ , thì  $n \rightarrow 0$ , tức trên đồ thị P-v, thì chúng là các đường gần với đường song song trục hoành.

Ta xét một ví dụ cụ thể minh họa: giả sử cho dòng khí qua sinh hàn gió có thông số:  $P_1 = 2,3$  bar (áp suất vào),  $t_1 = 65^\circ\text{C}$ ;  $P_2 = 2,2722$  bar,  $t_2 = 45^\circ\text{C}$ . Tính hiệu suất của quá trình, công tiêu thụ thực tế và lượng nhiệt ma sát toả ra?

Giải bài toán này như sau:

- Gọi số mũ đa biến là  $n$ , từ mối quan hệ của các thông số trạng thái đầu và cuối quá trình:

$$T_1 P_1^{\frac{1-n}{n}} = T_2 P_2^{\frac{1-n}{n}}$$

giải ra được  $n = -0,2490$ .

- Từ (8) giải phương trình với  $\eta$ , được

$$\eta = \frac{1}{1-n} = 0,8006.$$

- Công tiêu tốn cho dịch đẩy thực tế:

$$l_i = -(P_2 v_2 - P_1 v_1) = -R\Delta t = 0,287.20 = 5,74 \text{ (kJ/kg)}.$$

- Lượng nhiệt ma sát toả ra:  
 $q_{ms} = l_{ms} = (1-\eta)l_i = (1-0,8).5,74 = 1,148 \text{ (kJ/kg)}.$

Cuối cùng, ta xem một trường hợp đặc biệt nữa đối với khí lý tưởng trong quá trình đoạn nhiệt (đối với dòng không sinh công ngoài thì hệ là *cô lập*). Trong trường hợp này, theo Định luật I, các đại lượng  $i$ ,  $u$  và nhiệt độ hệ không thay đổi (ví dụ quá trình tiết lưu khí lý tưởng), số mũ đa biến trong mọi trường hợp đều bằng 1. Tổn thất năng lượng đầy trong mọi trường hợp (thuận nghịch hay không) đều bằng 0:  $-\Delta(Pv) = -R\Delta T = 0$ . Như vậy, ở đây ta không đánh giá được đại lượng tổn thất công tương đối (không xác định vì bằng 0/0). Đây cũng chính là nhược điểm của phương pháp đánh giá hiệu quả của quá trình bằng cân bằng năng lượng (chỉ dùng Định luật I). Để có thể xác định mức độ không thuận nghịch của quá trình này ta phải sử dụng đến Định luật II thông qua cân bằng exergi và hiệu suất exergi [2]. Ở đây, phần nhiệt ma sát đã bù cho tổn thất năng lượng đầy nên  $-\Delta(Pv) = 0$ . Tuy nhiên, ở quá trình không thuận nghịch thì  $\Delta P < 0$  và exergi của chất công tác (tức khả năng sinh công,  $e = i - T_0 s$ ) giảm

một lượng bằng  $T_0 \Delta s$ , còn đối với quá trình thuận nghịch, trạng thái hệ không thay đổi ( $T = \text{const}$ ,  $P = \text{const}$ ) và exergi hệ không giảm vì  $\Delta s = 0$ .

## Kết luận

Bằng cách xét quá trình có ma sát, ta có thể tính toán bằng lý thuyết tất cả các đại lượng cần thiết và biểu diễn được các quá trình này trên đồ thị (các trạng thái trung gian) một cách chính xác khi biết trạng thái đầu cuối của chất công tác và điều kiện diễn ra quá trình. Bài viết đã trình bày cách thiết lập và đưa ra các công thức liên hệ giữa số mũ đa biến  $n$  với hiệu suất của các quá trình nhiệt động bất kỳ. Điều đó có nghĩa là ta có thể xác định được các tổn thất ma sát, hệ số sức cản của một quá trình trong một thiết bị quan tâm bằng thực nghiệm.

Đối với khí thực, chỉ cần dựa vào Định luật I, khi biết trạng thái đầu và cuối, biết lượng nhiệt trao đổi với bên ngoài thì sẽ xác định được công thực tế của quá trình. Tuy vậy, phương trình trạng thái đối với khí thực phức tạp nên nhiều khi không biểu diễn được các mối quan hệ của các trạng thái bằng các hàm đại số bình thường và thường được giải bằng các phương pháp rời rạc nhờ dùng các bảng tra hoặc đồ thị để xác định các trạng thái trung gian và dựng đồ thị của quá trình.

Xác định tổn hao công do ma sát, hoặc dẫn dắt để đi đến các công thức liên hệ giữa số mũ đa biến  $n$  với lượng tổn hao công tương đối do không thuận nghịch ( $\eta$ ) (các biểu thức Định luật I có nhiệt  $q_{ms}$  kèm theo) giúp ta hiểu biết sâu sắc, rõ ràng hơn về sự khác nhau của quá trình “cân bằng” và “không cân bằng” ■

## Tài liệu tham khảo

1. PGS.TS Lê Xuân Ôn: *Cơ sở nhiệt động kỹ thuật* - Tài liệu giảng dạy cho cao học, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam.
2. PGS.TS Lê Xuân Ôn: *Cơ sở nhiệt động các chu trình thiết bị nhiệt* - Tài liệu giảng dạy cho cao học, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam.
3. PGS.TS Phạm Lê Dân, PGS.TS Bùi Hải: *Nhiệt động kỹ thuật*, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội, 1994.