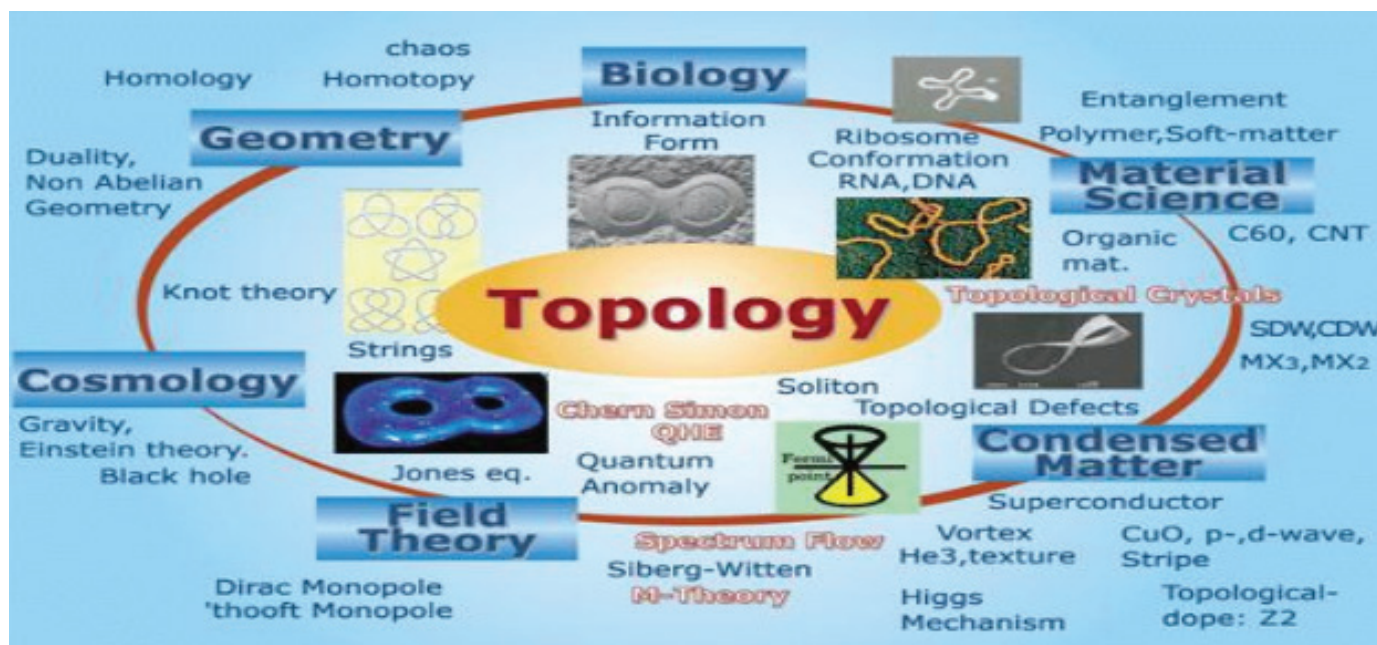


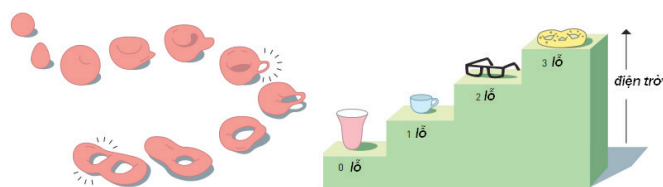


PHA VÀ CHUYỂN PHA TOPO

Sự phát hiện của ba nhà vật lý người Anh đang làm việc tại Mỹ: David J. Thouless, F. Duncan M. Haldane và J. Michael Kosterlitz về những pha và chuyển pha topo [1] được xem là một phát hiện quan trọng bậc nhất của thế kỷ XX. Phát hiện này trong tương lai sẽ dẫn đến những thành tựu vượt bậc về lý thuyết và công nghệ của lĩnh vực môi trường đông đặc và công nghệ vật liệu.

Topo (topology) là gì?

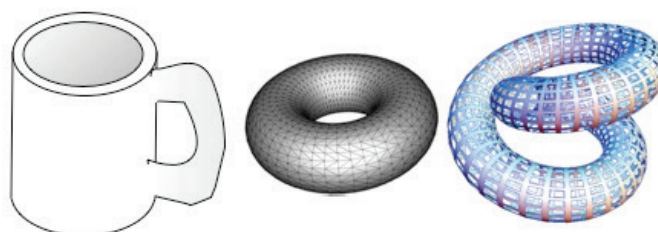
Topo là môn học nghiên cứu hình dạng của một không gian về các mặt cơ bản nhất, đó là tính liên thông (connectedness), tính liên tục (continuity) và các biên (boundary). Những tính chất này bất biến đối với các phép biến đổi liên tục gồm các biến đổi như kéo dài, uốn cong mà không bao gồm các biến đổi như xé rách (tearing) hoặc dán dính (gluing).



Hình 1: minh họa về topo

Topo toán học nghiên cứu các tính chất biến đổi nhảy vọt từng bước một, giống như số lỗ trong một

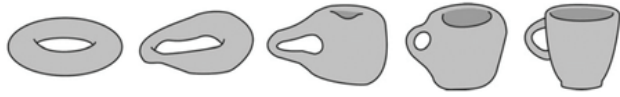
đa tạp (xem hình 1). Topo là nội dung cơ bản các phát hiện của các nhà vật lý đoạt Giải Nobel 2016, họ đã giải thích được vì sao điện trở trong các lớp mỏng biến đổi từng bước nguyên. Để hiểu thêm về hình 1, chúng ta xem hình 2. Trên hình này ta thấy một cái cốc, một hình xuyến và một hình xuyến xoắn là tương đương topo với nhau.



Hình 2: cái cốc, hình xuyến và hình xuyến xoắn là tương đương topo với nhau

Quả thật như vậy, chỉ cần các phép kéo dài và uốn cong ta có thể biến một hình xuyến thành một

cái cốc (xem hình 3).

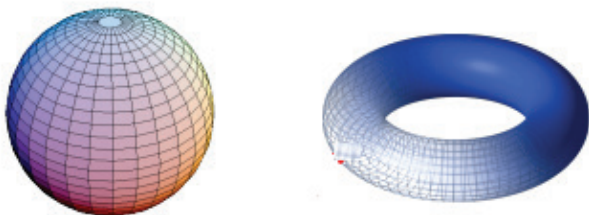


Hình 3: biến một hình xuyên thành cái cốc nhờ các phép biến đổi liên tục topo

Thế nào là pha topo (topological phase)?

Pha vật lý xác định bởi trật tự của pha đó. Trật tự topo khác với trật tự thông thường như thế nào? Trước năm 1980 người ta dùng lý thuyết Landau: khi đối xứng thay đổi thì chúng ta có chuyển pha, như vậy trật tự thông thường ứng với đối xứng. Ở nhiệt độ cao entropy chế ngự, dẫn đến một trạng thái mất trật tự. Ở nhiệt độ thấp năng lượng áp đảo, entropy thấp, dẫn đến một trạng thái có trật tự.

Năm 1980 người ta tìm thấy một trật tự mới ngoài trật tự gắn liền với phá vỡ đối xứng, đó là trật tự topo (topological order). Như chúng ta biết, trong hiệu ứng Hall lượng tử nguyên (IQHE - integer quantum Hall effect), trở Hall R_H lấy những trị số nguyên. Ta sẽ thấy trật tự topo có thể giải thích được sự lượng tử hóa đó trong IQHE. Trong một pha với trật tự topo, tồn tại hàm xác định bởi một đại lượng bất biến topo (topological invariant). Bất biến topo là đại lượng không thay đổi vì những biến đổi liên tục (continuous deformation). Đại lượng bất biến topo là những đại lượng nào? Đó chính là các bất biến topo trong vật lý là những tích phân của một đại lượng hình học nào đó trên một mặt (vùng Brillouin-Brillouin zone) [2]. Ta có thể thấy điều này khi xét ví dụ về mặt kín:



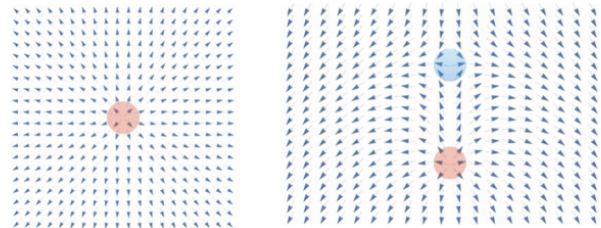
Hình 4: ví dụ mặt kín

Tích phân mặt (area integral) của độ cong trên toàn mặt bị lượng tử hóa là một bất biến topo (Gauss-Bonnet theorem): $\int_M K dA = 2\pi\chi = 2\pi(2-2g)$, trong đó $g = \text{genu} = \text{số lỗ} = 0$ (mặt cầu), 1 (hình xuyên), n (hình xuyên n lỗ). Chuyển pha topo tương tự như việc chuyển topo từ một lỗ thủng $n = 1$ sang topo 2 lỗ thủng $n = 2$ (chú ý số lỗ thủng là nguyên). Giống như trong hiệu ứng Hall nguyên, điện trở nhảy từng bước một, giá trị điện trở nhảy từ 1 sang 2... Trong

trật tự topo, người ta chú ý đến hiệu ứng liên đới tầm xa (long-range entanglement). Như vậy, một điều đáng chú ý là topo nghiên cứu các tính chất của toàn bộ một hệ. Tương tự như trong vũ trụ học, việc nghiên cứu địa phương (local) bằng các phương trình Einstein không quyết định được là vũ trụ hữu hạn hay vô hạn. Muốn nghiên cứu đầy đủ vũ trụ cần nghiên cứu topo của vũ trụ.

Cơ sở lý thuyết

Trong lý thuyết chuyển pha topo, một khái niệm quan trọng là các cuộn xoáy như các cuộn xoáy Abrikosov (Abrikosov vortices) trong siêu dẫn loại II. Đây thực chất là những ống thông lượng từ.



Hình 5: bên trái là cấu hình các cuộn xoáy đơn, bên phải là cấu hình cuộn xoáy - phản cuộn xoáy. Góc θ được mô tả bởi hướng của các mũi tên

Trong các hệ 2 chiều như nêu trên, spin nằm trong một mặt phẳng XY (xem hình 1). Trong các magnet, hướng từ được mô tả bởi góc θ (góc quay quanh trục z). Trong siêu dẫn và siêu chảy thì thông số trật tự (phức) được mô tả bởi hàm: $\Psi = \sqrt{\rho_s} e^{i\theta}$. Trong đó, ρ_s là mật độ, còn θ là pha. Chú ý vì magnet phẳng và siêu chảy, siêu dẫn được mô tả cùng bởi góc θ cho nên người ta gọi chúng là cùng lớp phổ quát (universality class). Hamilton của các hệ này là: $H_{XY} = -J \sum_{\langle ij \rangle} \cos(\theta_i - \theta_j)$. Trong đó $\langle ij \rangle$ chỉ các điểm lân cận.

Chuyển pha Kosterlitz-Thouless (KT) trên mặt XY

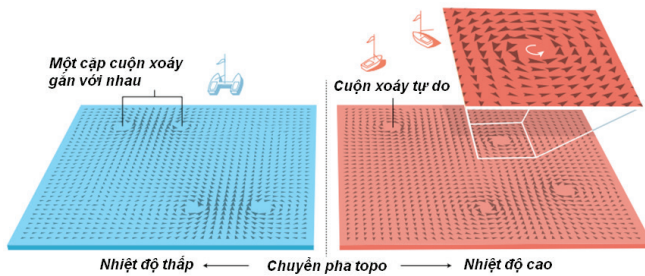
Ở đây hàm Hamilton sẽ là: $H_{XY} = \frac{J}{2} \int d^2r (\nabla \theta(\vec{r}))^2$.

Một cuộn xoáy như ở hình 5 sẽ ứng với một đại lượng cuộn xoáy (vorticity): $v = \frac{1}{2\pi} \int_C d\vec{r} \cdot \nabla \theta(\vec{r})$, trong đó

đường cong tích phân C bọc lấy cuộn xoáy. Tích phân mô tả độ quay toàn phần của vector spin dọc theo đường cong. Năng lượng tự do của một cuộn xoáy là: $F = E - TS = J\pi \ln\left(\frac{L}{a}\right) - Tk_B \ln\left(\frac{L^2}{a^2}\right)$, trong đó $L =$

kích thước của hệ, $k_B =$ hằng số Boltzmann. Vì thế

nên ở nhiệt độ tối hạn: $T_{KT} = J\pi / 2k_B$, năng lượng cân bằng với entropy, vì vậy cặp cuộn xoáy sẽ tách ra và ta sẽ có pha các cuộn xoáy tự do (xem hình 6). Các chuyển pha KT không phá vỡ một đối xứng nào cả.



Hình 6: chuyển pha topo, không phá vỡ một đối xứng nào cả

Trở Hall lượng tử và lý thuyết topo

Một minh họa sử dụng topo là xét hiệu ứng Hall lượng tử nguyên (IQHE - integer quantum Hall effect). Chúng ta đã biết trong hiệu ứng Hall nguyên:

—, trong đó n = số nguyên. Thouless và đồng

nghiệp đã suy ra công thức cho trở Hall làm bội lẻ tính topo của vấn đề.

Xung lượng k trong tinh thể lấy những trị số trong vùng Brillouin thứ nhất và hàm số ở mức Landau thứ n có dạng $u_{\vec{k},n}(\vec{r})$. Các tác giả chứng minh rằng:

$$\sigma_H = \frac{e^2}{2\pi h} \sum_n \int_{\vec{k} \in BZ} d^2k B(\vec{k}, n), \text{ trong đó tích phân lấy theo}$$

xung lượng vùng BZ = Brillouin zone, B = cường độ trường Berry (Berry field strength). Đại lượng B tính qua các hàm sóng $u_{\vec{k},n}(\vec{r})$ [1, 3].

Một phép phân tích sâu hơn cho ta $\frac{1}{2\pi} \int_{BZ} B(\vec{k}, n) = C_1(n)$. Trong đó C_1 = số Chern (số nguyên). Điều này chứng tỏ rằng trở Hall bị lượng tử hóa và trở này vô cảm đối với mọi nhiễu loạn trật tự hay tương tác giữa các hạt. Số Chern là một đại lượng bất biến topo và là những số nguyên. Sử dụng các hàm sóng tường minh trong bài toán Landau, người ta có thể tính được các tích phân trên và tìm ra $C_1 = 1$ đối với mọi mức Landau đầy.

Xích (chain) spin lượng tử

Ý tưởng sử dụng topo được Haldane áp dụng để nghiên cứu pha vật chất của xích spin (spin chain) -

đó là những hệ 1 chiều của những nguyên tử tương tác với nhau trong vật liệu từ [1].

$$\bullet - \bullet = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

Hình 7: xích AKLT (Ian Affleck, Tom Kennedy, Elliott Lieb and Hal Tasaki), về chi tiết xem [1]

Trong các công trình từ năm 1982, Haldane đã đưa ra những tiên đoán làm kinh ngạc giới vật lý. Khi nghiên cứu xích các nguyên tử từ trong một số vật liệu, Haldane phát hiện ra rằng các xích có những tính chất khác nhau tùy theo bản chất của các nguyên tử từ (atomic magnets). Trong vật lý lượng tử tồn tại 2 loại từ nguyên tử: chẵn và lẻ (tùy theo số nguyên tử trong xích). Haldane chứng minh một điều rất lý thú: xích gồm số magnet chẵn là topo, còn xích các magnet lẻ thì không có tính topo.

Những phát triển hiện tại

Sự phát hiện hiệu ứng Hall và lý thuyết topo mở ra những nghiên cứu đột biến về các cách cách điện topo (topological insulator), electronics và khoa học thông tin. Trong tương lai nhiều kỹ thuật dựa trên những nguyên lý đã tìm ra trong lý thuyết topo về môi trường đồng đặc sẽ cho phép tạo ra những trạng thái nhân tạo của vật chất (artificial state of matter) - điều mơ ước của nhiều nhà vật lý.

Cao Chi

Tài liệu tham khảo

- [1] Nobel Prize in Physics 2016 Summary, Prize Announcement, Press Release, Advanced Information, Popular Information, http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2016/press.html
- [2] Joel Moore, Topological phases, <http://www.umich.edu/~mctp/SciPrgPg/events/2010/MQSS10/Talks/Moore.3.pdf>.
- [3] Raffaele Resta, Berry's Geometric Phase Introductory Lecture, http://www-dft.ts.infn.it/~resta/fismat/lez_berry.pdf.